

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA DE FRAÇÕES: UMA PROPOSTA PARA A RECUPERAÇÃO PARALELA NO ENSINO FUNDAMENTAL\*

### ELETRONIC DIDACTICAL SEQUENCE ABOUT FRACTIONS: A PROPOSAL FOR THE PARALLEL RECUPERATION IN ELEMENTARY SCHOOL

ALEXANDRE BRANCO MONTEIRO\*\*  
CLAUDIA LISETE OLIVEIRA GROENWALD\*\*\*

#### RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se o desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica com o tema Frações para os anos finais do Ensino Fundamental, direcionada a alunos que necessitam de estudos de recuperação neste conteúdo. Esta sequência didática eletrônica é um recorte da pesquisa de mestrado, no âmbito do projeto Observatório da Educação, do Programa de Pós-graduação no Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A sequência didática foi desenvolvida utilizando o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), que é um sistema para apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo qualquer. Para o desenvolvimento de uma sequência didática no SIENA, são necessárias as seguintes ações: o desenvolvimento de um mapa conceitual com o conteúdo, evoluindo para um grafo dos conceitos que serão trabalhados, pois em cada conceito há um teste adaptativo e uma sequência didática de estudo.

**Palavras-chave:** Frações. Sequência Didática Eletrônica. SIENA.

#### ABSTRACT

*This study presents the development of an electronic didactic sequence on Fractions for pupils taking the last years of Elementary School and in need to recover contents. This electronic didactic sequence is part of a Master's thesis, performed within the project "Observatório da Educação", of The "Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática" (PPGECIM), supported by "Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior" (CAPES). The didactic sequence was created using the Teaching and Learning Integrated System (SIENA), a support system in the teaching and learning process of a given content. The development of a didactic sequence in SIENA requires two main actions: the development of a conceptual map showing the content studied, which evolves into a "conceptual graph" containing one adaptive test and one didactic sequence for each concept.*

**Keywords:** Fractions. Electronic Didactic Sequence. Fractions. SIENA.

\* Projeto financiado pelo Observatório da Educação/2010 (OBEDUC/2010) na Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA).

\*\* Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela ULBRA e doutorando da Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Membro do Grupo de Estudos Curriculares de Educação da Matemática (GECEM). E-mail: alexandremonteiro29@hotmail.com

\*\*\* Doutora em Ciências da Educação pela Pontifícia de Salamanca, Espanha. Professora titular do curso de Matemática Licenciatura e do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA. Coordenadora do Grupo de Estudos Curriculares de Educação da Matemática (GECEM). E-mail: claudiag@ulbra.br

## INTRODUÇÃO

Cada vez mais há uma preocupação de diversificar o processo de ensino e aprendizagem, buscando metodologias que possibilitem uma maior participação do aluno na construção do próprio conhecimento. Para tanto, é preciso considerar as diferenças individuais dos alunos e proporcionar meios para que os estudantes que apresentarem eventuais dificuldades não fiquem à margem desse processo.

Assim, este trabalho teve como objetivo apresentar o desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica para os anos finais do Ensino Fundamental com o tema Frações, direcionada a alunos que necessitam de estudos de recuperação nesse conteúdo.

O Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) tem desenvolvido pesquisas com o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Essas pesquisas tem se direcionado ao desenvolvimento de sequências didáticas com o uso de recursos tecnológicos para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

## SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)

Buscando proporcionar uma recuperação de forma individualizada para aqueles alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem com o conteúdo de Frações, foi utilizado o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA). A plataforma SIENA possibilita que os alunos trabalhem somente aqueles conceitos em que apresentam dificuldades de aprendizagem. Segundo Lemos, Monteiro, Seibert e Groenwald (2011, p. 3), este sistema pode se constituir em um instrumento para auxílio ao professor na recuperação de conteúdos, já que possibilita que seja realizada uma retomada dos conceitos de forma diferenciada e individualizada, de acordo com as necessidades de cada estudante.

O SIENA foi desenvolvido pelo grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna (ULL), Tenerife, Espanha com o Grupo de Estudos Curriculares de Educação da Matemática (GECEM), da ULBRA, Canoas, Brasil. Conforme Groenwald e Moreno (2007, p. 5), o SIENA foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais de Novak e Gowin (1988), construindo-se um grafo com os conceitos que permitem a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico.

O grafo está ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante; esse teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade do aluno. Segundo Costa (2009), um teste adaptativo informatizado procura encontrar um teste ótimo para cada estudante, para isso, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração do teste e, assim, só são selecionados os itens que mensurem eficientemente a proficiência do examinado. Quando um conceito não é superado, o sistema não prossegue avaliando por esse ramo de conceitos do grafo, pois se entende que esse conceito é necessário para a compreensão do seguinte, abrindo para o estudante a possibilidade de realizar a sua recuperação. É importante dizer que o sistema poderá prosseguir por outras ramificações do grafo. O desempenho do aluno é calculado a partir da fórmula  $\frac{D \times P}{D \times P + (1 - P) \times L}$ , onde: D é a dificuldade da pergunta; L é o nível de adivinhação da pergunta; P é a nota da pergunta anterior.

O sistema mostrará para cada conceito, através do seu banco de dados, quais foram as perguntas realizadas, quais foram respondidas corretamente e qual a estimativa realizada por ele sobre o grau de conhecimento de cada conceito.

A ferramenta SIENA possui duas opções de uso. Na primeira, o aluno estuda os conteúdos dos nodos do grafo e realiza o teste para informar quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos. A segunda opção oportuniza ao aluno realizar o teste e estudar os nodos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos em que não alcançou a média estipulada como necessária para avançar no grafo.

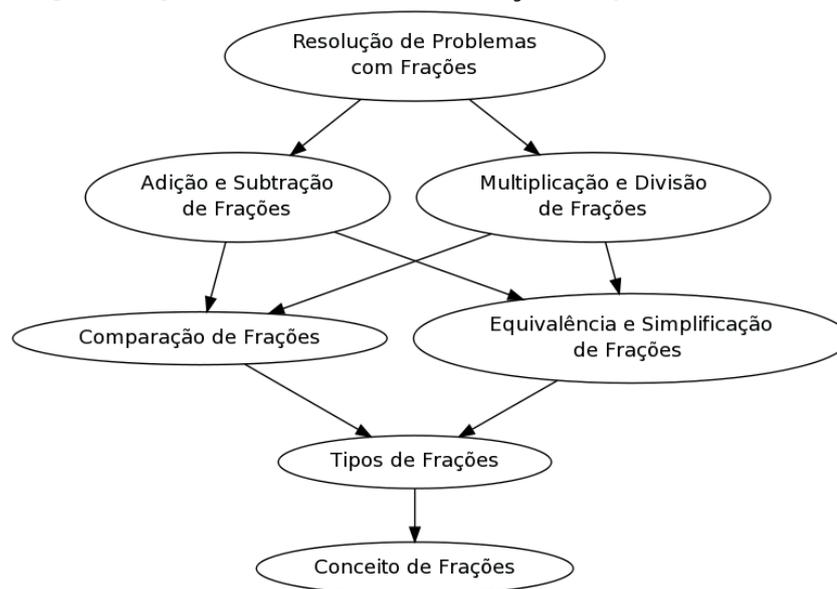
Todos os nodos\*\*\*\* do grafo estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos conceitos em que apresenta dificuldade. Neste trabalho, o SIENA foi utilizado na recuperação individualizada, dos alunos que apresentaram dificuldades no conteúdo de Frações. A plataforma SIENA está disponível no endereço <http://siena.ulbra.br>.

## AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO NO SIENA

Para implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) do ambiente de investigação, foi construído um grafo com o conteúdo de Frações, um banco de questões para os testes adaptativos e uma sequência didática eletrônica para cada conceito do grafo.

O grafo dos conceitos a serem trabalhados com o tema Frações está composto por sete nodos: Conceito de Frações; Tipos de Frações; Equivalência e Simplificação de Frações; Comparação de Frações; Adição e Subtração de Frações; Multiplicação e Divisão de Frações e Resolução de Problemas com Frações (Figura 1).

**Figura 1** - grafo com o conteúdo de Frações na plataforma SIENA.



Fonte - <http://siena.ulbra.br>

O teste adaptativo tem por finalidade administrar questões de um banco de questões, que correspondam ao nível de capacidade do examinando. Para compor o banco de questões do teste adaptativo, é necessário cadastrar perguntas para cada conceito do grafo, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento individual do aluno. Essas perguntas são de múltipla escolha, sendo necessário definir para cada questão: o grau de sua relação com o conceito; o grau de sua dificuldade

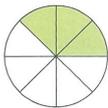
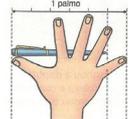
\*\*\*\* Nodos de um grafo são os conceitos que são representados no grafo.

(fácil, média ou difícil); a resposta verdadeira; a possibilidade de responder a pergunta considerando exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio do aluno sobre esse conceito e tempo para o aluno responder a pergunta (em segundos).

[...] são consideradas fáceis às questões de aplicação direta de um conceito, uma propriedade ou um algoritmo. As questões de dificuldade média exigem leitura mais detalhada, interpretação e análise de dados, aplicando, na sua resolução, um ou mais conceitos. As questões difíceis necessitam de leitura, interpretação e análises mais detalhadas e elaboradas, exigindo elaboração de hipóteses, plano de ação e execução desse plano, onde o estudante não conhece de imediato a resposta, necessita organizar o conhecimento já adquirido e adequá-lo na resolução da atividade (NUNES et al., 2012).

Na figura 2, apresentam-se exemplos de questões com os três níveis de dificuldades do Conceito de Frações.

**Figura 2** - exemplos de questões dos três níveis de dificuldade.

Nível fácil	Nível médio	Nível difícil
		<p>Júlio pegou na geladeira uma garrafa de dois litros de suco para distribuir igualmente com mais três amigos. A garrafa está pela metade. Considerando o total da capacidade total da garrafa, que Fração de suco Júlio deve colocar em cada copo para distribuir igualmente entre todos?</p>
<p>Indique a Fração correspondente à da região plana que está pintada:</p>	<p>Veja como Claudia está medindo o comprimento da caneta. Qual o comprimento da caneta em palmos?</p>	
<p>1) <math>\frac{5}{8}</math>      2) <math>\frac{1}{8}</math>      3) <math>\frac{1}{3}</math> 4) <math>\frac{3}{5}</math>      5) <math>\frac{3}{8}</math></p>	<p>1) <math>\frac{6}{5}</math>      2) <math>\frac{3}{5}</math>      3) <math>\frac{5}{6}</math> 4) <math>\frac{1}{5}</math>      5) <math>\frac{4}{6}</math></p>	<p>1) <math>\frac{1}{2}</math>      2) <math>\frac{1}{3}</math>      3) <math>\frac{1}{4}</math> 4) <math>\frac{1}{5}</math>      5) <math>\frac{4}{1}</math></p>
<p>Fonte: Adaptado de Dante (2009).</p>	<p>Fonte: Adaptado de Barroso (2006).</p>	<p>Fonte: Adaptado de Barroso (2006).</p>

Fonte - A pesquisa

Ligado aos nodos há uma sequência didática. Entende-se por Sequência Didática a organização de um conteúdo qualquer, a partir da articulação entre os conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos, com atividades didáticas planejadas para esse fim, com foco na aprendizagem.

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA DE FRAÇÕES

As pesquisas do GECEM têm procurado incorporar nas Sequências Didáticas desenvolvidas as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), através de hipertextos, *softwares*, aplicativos, jogos *on-line*, vídeos e outros recursos tecnológicos. A ideia da sequência é que explore situações que possibilitem ao estudante testar ideias, formular hipóteses, revisar conceitos, proporcionando um ambiente de interatividade.

Para o planejamento, desenvolvimento e utilização dos recursos e métodos a serem adotados na construção da sequência didática, essa pesquisa apoiou-se no *design* instrucional. Filatro (2008) considera que o termo *design* é o resultado de um processo ou atividade (um produto), em termos de forma e funcionalidade, com propósitos e intenções claramente definidos, enquanto instrução é a atividade de ensino que se utiliza da comunicação para facilitar a aprendizagem. Assim Filatro (2008, p. 3) define *design* instrucional como sendo o processo (conjunto de atividades) de identificar um problema (uma necessidade) de aprendizagem e desenhar, implementar e avaliar uma solução para esse problema.

O modelo de *design* instrucional identificado nesta pesquisa é o do *Design* Instrucional fixo (DI fixo) (FILATRO, 2008). Neste modelo, todos os componentes do *design* instrucional são planejados e produzidos antecipadamente à ação de aprendizagem. Segundo Filatro (2008), em geral, o produto resultante desse modelo é rico em conteúdo bem estruturado, mídias selecionadas e *feedbacks* automatizados.

A seguir apresenta-se a sequência didática desenvolvida no SIENA.

### Nodo Conceito de Frações

O nodo Conceito de Frações tem como propósito introduzir os conceitos iniciais do tema Frações, tratando do surgimento histórico das Frações, seus significados, leitura dos números fracionários e reconhecimento da utilização desses números em situações cotidianas.

Pode-se observar na figura 3 a página inicial do nodo; cada entrada possui um *link* ao material de estudo (apresentação ou atividade)\*\*\*\*\*.

**Figura 3** - página inicial do material de estudo do nodo Conceito de Frações.



Fonte - <http://siena.ulbra.br>

\*\*\*\*\* Todos os nodos da sequência didática no SIENA possuem páginas iniciais semelhantes à apresentada na figura.

O material de estudo desse conceito inicia com uma apresentação em *PowerPoint* utilizando a história da Matemática como proposta metodológica. Na figura 4, apresentam-se alguns *slides* desta atividade. Segundo Groenwald, Kaiber e Mora (2004),

O enfoque histórico é uma proposta metodológica que permite ao aluno descobrir a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá em aula. Em outras palavras este enfoque permitirá ao aluno fazer relação das ideias matemáticas desenvolvidas em sala de aula com as suas origens. O conhecimento da história da Matemática proporciona uma visão dinâmica da evolução dessa disciplina, buscando as ideias originais em toda a sua essência (GROENWALD; KAIBER; MORA, 2004, p. 47).

Figura 4 - apresentação “Um pouco de História...”

**UM POUCO DE HISTÓRIA...**

Olá, tudo bem? Meu nome é João e estarei junto com você nos nossos estudos sobre Frações.

Meu nome é Ana e também estarei te acompanhando.

Antes de resolvermos este problema, quero te contar uma história.

Uma história? Legal João!

Por volta do ano 4.000 a.C., um antigo faraó de nome Sesóstris repartiu o solo do Egito às margens do rio Nilo entre seus habitantes.

Uma vez por ano, na época das cheias, as águas do Nilo sobem muitos metros acima de seu leito normal, inundando uma vasta região ao longo de suas margens.

Ao avançar sobre as margens, o rio derrubava as cercas de pedra que cada agricultor usava para marcar os limites do seu terreno.

Adaptado: Matemática Pensar e Descobrir 5ª série - Editora FTD

Quando as águas do rio Nilo baixavam era preciso refazer a medição dos terrenos. Os egípcios usavam cordas para fazer a medição. Havia uma unidade de medida assinada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno.

No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente um pedaço de terra tinha uma medida inteira no lados do terreno.

Adaptado: Matemática Pensar e Descobrir 5ª série - Editora FTD

Para resolver problemas assim surgiram as **FRAÇÕES**, da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades.

Os egípcios conheciam as Frações de numerador 1 e esta era a forma que eles usavam para representá-las:

$\text{III} \rightarrow \frac{1}{3}$     $\text{IIII} \rightarrow \frac{1}{6}$     $\text{IIIIII} \rightarrow \frac{1}{20}$

Adaptado: A Conquista da Matemática 6º ano - Editora FTD

Fonte - Autores.

Na apresentação “Frações, o que são?”, o tema é tratado a partir de expressões e números fracionários possíveis de serem encontrados em situações do dia a dia. Para Llinares e Sánchez (1988, p. 33), utilizar situações do cotidiano permite que os alunos reconheçam a Matemática no mundo que os cerca. No caso particular das Frações, essa relação com situações vivenciadas pelos alunos pode auxiliar na construção dos significados das Frações, nos seus diferentes sentidos.

Ainda, nessa apresentação, abordaram-se além de exemplos de situações de uso das Frações, a representação algébrica e a leitura de Frações. Outro aspecto destacado é a representação gráfica das Frações, que, segundo Bittar e Freitas (2005), devem variar as formas e a maneira como são representadas. Na figura 5, alguns exemplos abordados na apresentação.

Figura 5 - apresentação “Frações o que são?”.

## FRAÇÕES

O que são ?

Você já deve ter ouvido expressões como essas?

- Meia dúzia de ovos.
- A medida do cano é de três meios de polegada.
- Meia pizza mussarela e meia calabresa.
- Cerca de três quartos da superfície da Terra estão cobertos por água.

Vamos conhecer mais sobre as Frações?

A expressão  $\frac{a}{b}$ , sendo  $a$  e  $b$  Números Naturais, com  $b \neq 0$  é chamada de **Fração** e representa um **Número Racional** escrito na forma fracionária.

Exemplos de frações:

$\frac{1}{2}, \frac{5}{17}, \frac{4}{3}$

Vamos ver agora o que representa o  $\frac{a}{b}$

- Na Fração  $\frac{a}{b}$ , temos:
  - $\frac{a}{b}$  numerador
  - $\frac{a}{b}$  denominador
- O **denominador**  $b$  indica em quantas partes iguais uma unidade foi dividida.
- O **numerador**  $a$  indica quantas dessas partes foram consideradas.

### Lendo frações...

- Frações com denominador de 2 a 9:
 

Denominador	2	3	4	5	6	7	8	9
Leitura	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono
- Frações com denominador 10, 100, 1.000, ... :
 

Denominador	10	100	1.000	...
Leitura	décimos	centésimos	milésimos	...
- Frações com outros denominadores :
 

Denominador	11	12	13	...
Leitura	onze avos	doze avos	treze avos	...

É importante observar que existem várias formas de representar graficamente a mesma fração. Por exemplo para representar  $\frac{3}{8}$ , dividimos a figura em 8 partes iguais e pintamos 3 destas partes, como nas figuras abaixo:

TODAS AS FIGURAS ACIMA REPRESENTAM A MESMA QUANTIDADE DO TOTAL.

Fonte - Autores.

Na apresentação “Para que servem as Frações?”, destaca-se a ideia dos significados de parte-todo na forma contínua e discreta. Os primeiros contatos das crianças com o significado parte-todo acontecem relativamente cedo, expressões como “meia maçã”, “meio copo de leite”, “quero uma fatia de torta” pertencem ao vocabulário infantil, mas essas aproximações que as crianças realizam são em um primeiro momento qualitativas e não alcançam a classificação quantitativa de uma situação (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988, p. 80). Por isso, para estes autores, de alguma maneira se pode entender que a relação parte-todo se encontra na origem das demais interpretações do Número Racional e se converte na base do trabalho com as demais interpretações das Frações; por isso, foi inicialmente dada uma maior ênfase a este significado no material de estudo. Na figura 6, apresentam-se exemplos dessa temática.

Figura 6 - apresentação “Para que servem as Frações?”



• A parte colorida representa que Fração das figuras? Clique nas imagens e descubra.

  
 $\frac{1}{5}$

  
 $\frac{3}{4}$

  
 $\frac{1}{4}$

• Quando trabalhamos desta forma estamos relacionando a parte com o todo (com o inteiro ou com a unidade), ou seja, com isso estamos representando que o todo está sendo dividido em partes iguais.

• Vamos ver essa outra situação:

• Numa loja de brinquedo há 4 carrinhos vermelhos e 3 carrinhos azuis do mesmo tipo e marca. Que fração representa a quantidade de carrinhos vermelhos em relação ao total de carrinhos?



• Resposta: Temos um total de 7 carrinhos, dos quais 4 são vermelhos. A fração que representa tal situação é  $\frac{4}{7}$ .

**A relação parte-todo significa que "um todo está dividido em partes equivalentes de superfície (primeiro exemplo) ou de elementos (segundo exemplo)".**

Adaptado: Considerações a respeito do ensino e aprendizagem de representações fracionárias de números racionais. Campos, Silva e Pietropoli. Editora SBEM, 2009.

• Queremos dividir três chocolates igualmente entre dois amigos. Quanto receberá cada um?

• Resposta: Não podemos responder de forma adequada utilizando os números naturais, pois essa divisão obtém-se 1 chocolate para cada um e ainda sobra 1 chocolate. O resto ainda pode ser subdividido. Para expressar o resultado dessa divisão devemos utilizar um número racional representado na forma de fracionária ou decimal.

3 chocolates

2 amigos

1ª Solução



Cada chocolate foi dividido entre os dois amigos.

2ª Solução



1 chocolate inteiro para cada um e sobrou 1 chocolate que foi novamente dividido entre os amigos.

Adaptado: Considerações a respeito do ensino e aprendizagem de representações fracionárias de números racionais. Campos, Silva e Pietropoli. Editora SBEM, 2009.

• Então cada amigo deverá receber  $\frac{3}{2}$  de chocolate ou 1 chocolate mais  $\frac{1}{2}$  chocolate.

• Então:

$$3 \div 2 = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

• Neste caso, como podemos ver na resposta, o resultado não é um Número Natural, então, utilizamos as Frações como quociente desta divisão.

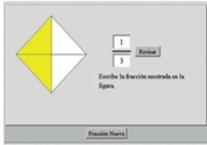
Fonte - Autores.

Com base nos autores utilizados, nos materiais de estudos anteriores, foram pesquisadas atividades (Figura 7) que complementassem esses conceitos, os links das páginas da web utilizados nessa apresentação foram:

- [http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames\\_asid\\_104\\_g\\_1\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_104_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html);
- [http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/);
- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menuu1.html>.

Figura 7 - apresentação “Atividades On-line”.

CLIQUE NA IMAGEM PARA INICIAR A ATIVIDADE:



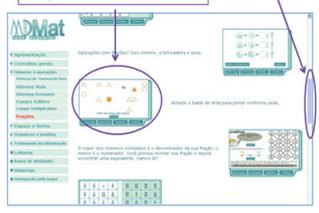
Em caso de dúvida você poderá retornar as explicações e também poderá consultar o Google Tradutor



Arraste o balde de tinta para pintar conforme pede

Use a barra de rolagem para encontrar esta atividade (é a 6ª de cima para baixo)

Barra de rolagem



LAS FRACCIONES - 1 para medir - Colorea

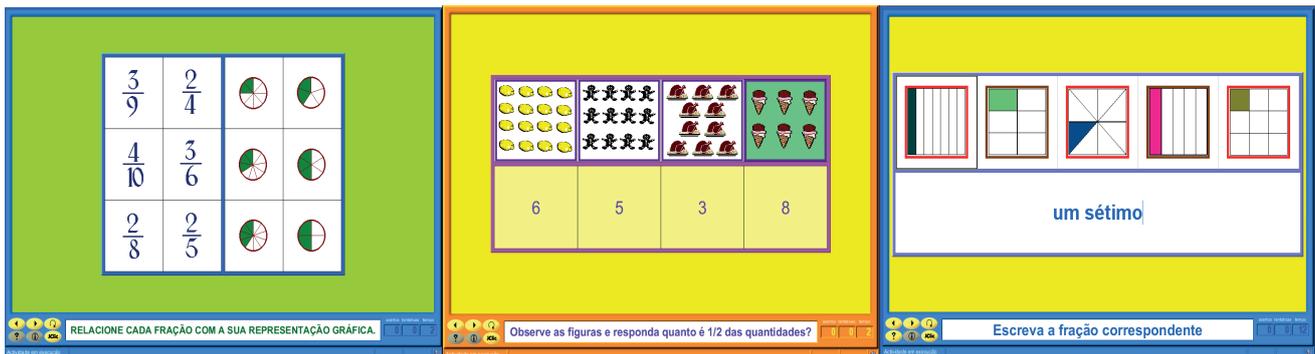
Clique na opção OTRO EJEMPLO para nova atividade.



Fonte - <http://siena.ulbra.br>

Na figura 8, são apresentadas algumas atividades do projeto de 20 atividades, construído no aplicativo *JClíc* para este nodo.

Figura 8 - atividades no aplicativo *JClic*.



Fonte - Autores.

### Nodo Tipos de Frações

Neste conceito, foram desenvolvidos um material de estudo, uma apresentação em *Word* como página da *web* com atividades *on-line* e um projeto no aplicativo *JClic*. Para o material de estudo deste nodo, além de apresentar os tipos de Frações com as suas nomenclaturas, também foi ampliada e reforçada a ideia iniciada anteriormente de reconhecer a Fração como número. O entendimento da Fração como número é imprescindível para que o aluno inicie a compreensão de equivalência e posteriormente dos algoritmos das operações. Para Kerslake (1986 apud GIMÉNEZ; BAIRRAL, 2005),

Quando se associa a Fração a uma parte de uma figura, ficamos induzidos a “pensar” que as Frações são partes, pois sabemos que a parte é menor que o todo. Se dissermos que  $\frac{7}{5}$  é uma Fração, parece que estamos em uma contradição, pois se “as Fra-

ções servem para indicar coisas menores que a unidade” torna-se difícil aceitar que essa Fração é um número, ficando mais fácil admitir que são dois (KERSLAKE, 1986 apud GIMÉNEZ; BAIRRAL, 2005, p. 7).

O trabalho das Frações próprias, impróprias, mistas e aparentes na forma escrita e em representações gráficas é importante para evitar a construção de conceitos equivocados, segundo Giménez e Bairral (2005), comumente são apresentadas concepções errôneas sobre as Frações aos alunos com: a Fração é uma parte menor que a unidade; são dois números separados por um traço; a Fração é um operador que sempre indica uma subdivisão e, portanto, um resultado menor. O material de estudo foi baseado nos trabalhos de Ribeiro (2009), Centurión, Jakubovic e Lellis (2004), Giménez e Bairral (2005), e nos PCN (BRASIL, 1997). Na figura 9, apresentam-se imagens de alguns *slides* desenvolvidos.

Figura 9 - apresentação “Tipos de Frações”.

## Tipos de FRAÇÕES

Observe a seguinte explicação:

Se você comeu uma barra e meia de chocolate então podemos dizer que:

$$\frac{2}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

Podemos escrever na forma fracionária o total de chocolate que você comeu das seguintes formas:

$$\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Então:

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Você percebeu que neste exemplo surgiu algumas formas de representação de frações.

Vejam elas:

- $\frac{1}{2}$  → Um meio: o denominador é maior que o numerador.
- $\frac{3}{2}$  → Três meios: denominador menor que o numerador.
- $\frac{2}{2}$  → Dois meios: o denominador é igual ao numerador. Essa fração representa o número natural 1.
- $1\frac{1}{2}$  → Um inteiro e um meio: essa representação contém um Número Natural e uma fração.

Vejam alguns exemplos de FRAÇÕES PRÓPRIAS, observe as áreas pintadas:

Já que um dos significados de frações é “parte, pedaço” de um todo que foi dividido igualmente, quando tomamos uma parte do todo é **própria** dizer que nos referimos a uma fração. Daí vem o nome **Fração Própria**.

Observe essa receita de Sequilhos de Coco

### Sequilhos de Coco

**Ingredientes**

- 300g de açúcar
- 250g de margarina
- 100g de coco ralado
- $3\frac{1}{2}$  xícaras de polvilho doce
- 2 ovos
- 1 xícara de farinha de trigo

Note que a quantidade de polvilho doce é expressa por  $3\frac{1}{2}$  xícaras, o que representa **três xícaras e mais metade de uma xícara**.

Veja como podemos representar essa quantidade de polvilho:

parte inteira: 3 xícaras  
parte fracionária:  $\frac{1}{2}$  xícara

Adaptado: Projeto Radix: raiz do conhecimento 6º ano – Editora Scipione

Fonte - Autores.

Uma das atividades *on-line* pesquisadas para este conceito utilizou a comparação entre Frações para classificar em menor, maior ou igual a 1, nas representações de Frações próprias, impróprias e aparentes. A segunda atividade trabalha com a reta numérica e a escrita numérica das Frações. Esse tipo de atividade para Giménez e Bairral (2005) é muito importante para o reconhecimento da equivalência e contribui para melhorar o conhecimento formal de Frações. Também foi desenvolvido um projeto no aplicativo *JClíc*, com dez atividades, destacando as formas de representações e nomenclaturas. Na figura 10, apresentam-se exemplos de atividades *on-line* e de atividades no *JClíc*.

Os links das páginas da *web* (Figura 10) são:

- <http://www.visualfractions.com/MixedLines/mixedlines.html>
- [http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/)

Figura 10 - apresentação “Atividades On-line”.

CLIQUE E ARRASTE AS CARTAS PARA CLASSIFICAR AS FRAÇÕES

Clique na opção Frações

Clique nesta atividade, a 1ª de cima para baixo

Régua numérica com a representação de uma Fração como no exemplo abaixo.

Preencha com a Fração correspondente da régua numérica

**RELACIONE**

$\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$	$\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$	$\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	$\frac{17}{10} = 1\frac{7}{10}$
-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	------------------------------	------------------------------	---------------------------------

Fonte - <http://siena.ulbra.br>.

## Nodo Equivalência e Simplificação de Frações

Este nodo é composto por duas apresentações, atividades *on-line* e atividades no aplicativo *JClíc*. Segundo os PCN (BRASIL, 1997), é importante que o aluno consiga reconhecer que uma Fração pode ser representada por diferentes (e infinitas) escritas. A noção de equivalência se apoia na ideia de realizar diferentes divisões que resultam na mesma relação parte e todo (VASCONCELOS, 2007). Corroborando com essa ideia, Llinares e Sánchez (1988) escrevem que a importância da ideia de equivalência de frações se deve ao papel chave que joga em diversos aspectos: na relação de ordem (ordenar duas Frações, inserir Frações entre duas Frações dadas), no desenvolvimento dos algoritmos de adição e subtração de Frações com denominadores diferentes.

Na apresentação “Frações Equivalentes”, foram utilizadas a régua de Frações, formas geométricas e a reta numérica para que os alunos pudessem visualizar as Frações e equivalências (Figura 11).

Figura 11 - apresentação “Frações Equivalentes”.

**FRAÇÕES Equivalentes**

Veja a régua de Frações ao lado, e compare as Frações.

Muito bem Cintia, é isso mesmo! Vou te mostrar um outro exemplo.

EQUI significa igual. EQUIVALENTE quer dizer de igual valor.

• Você percebeu que:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \text{ então } \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8} \text{ então } \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{8} = \frac{8}{16} \text{ então } \frac{1}{2} = \frac{8}{16}$$

• Podemos dizer que as Frações  $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}$  se equivalem.

A parte colorida representa  $\frac{3}{4}$  da figura.

A parte colorida representa  $\frac{6}{8}$  da figura.

A parte colorida representa  $\frac{9}{12}$  da figura.

• Note que as frações:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

Representam a mesma parte da figura.

• Dizemos que essas são **FRAÇÕES EQUIVALENTE**s e escrevemos:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

Em cada uma das figuras está pintado a metade do disco.

Então podemos afirmar que:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

São **FRAÇÕES EQUIVALENTE**s.

• Vimos, no primeiro caso, que  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$  são **Frações Equivalentes**.

Considerando  $\frac{3}{4}$  nossa Fração inicial, temos:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

• Multiplicamos o numerador e o denominador da Fração pelo mesmo Número Natural em cada caso, conservando a sua razão.

Obtendo assim uma **Fração Equivalente**.

Adaptação: A Conquista da Matemática 6º ano – Editora FTD

Fonte - Autores.

O conceito de simplificação de Frações é importante para dar sustento às ideias de equivalências e posteriormente aos algoritmos das operações com Frações. A apresentação “Simplificação de Frações” inicia fazendo uma revisão de Frações equivalentes; assim, trabalha-se a ideia de Frações irredutíveis partindo dos conhecimentos prévios dos alunos (Figura 12).

Figura 12 - apresentação “Simplificação de Frações”.

Olá, agora nós vamos trabalhar com **SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES**, mas para isso precisamos relembrar algumas coisas.

Você lembra quando estudamos **FRAÇÕES EQUIVALENTES**?

Vamos iniciar revendo como obtemos Frações Equivalentes.

Estes três quadrados têm os lados de mesma medida e cada um deles está dividido em partes iguais:

Cada parte pintada é representada por uma Fração. Essas Frações são equivalentes entre si:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

Dividindo o numerador e denominador da Fração  $\frac{2}{4}$  por 2, obtemos a Fração  $\frac{1}{2}$ . Da mesma forma, se dividirmos o numerador e o denominador de  $\frac{4}{8}$  por 4, também obtemos  $\frac{1}{2}$ .

Vamos ver então:

Vamos verificar:

$$\frac{2}{4} \xrightarrow{+2} \frac{1}{2} \quad \frac{4}{8} \xrightarrow{+4} \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{2} \xrightarrow{-2} \frac{2}{1} \quad \frac{8}{4} \xrightarrow{-4} \frac{2}{1}$$

A fração  $\frac{1}{2}$  é equivalente às outras duas e é a **mais simples** ou **irredutível**, porque não podemos dividir o numerador e o denominador da fração  $\frac{1}{2}$  pelo mesmo Número Natural e encontrar outra Fração Equivalente à ela.

Quando não conseguimos mais simplificar uma Fração, dizemos que ela está na **FORMA SIMPLIFICADA** ou **FORMA IRREDUTÍVEL**.

Simplificar uma Fração significa obter uma Fração equivalente à Fração dada, escrita com termos menores.

Vamos ver alguns exemplos de simplificação de Frações:

$\frac{6}{9} \xrightarrow{+3} \frac{2}{3}$	A Fração $\frac{2}{3}$ é a <b>forma irredutível</b> da Fração $\frac{6}{9}$ .
$\frac{6}{12} \xrightarrow{+3} \frac{2}{4} \xrightarrow{+2} \frac{1}{2}$	A Fração $\frac{1}{2}$ é a <b>forma irredutível</b> da Fração $\frac{6}{12}$ .
$\frac{12}{36} \xrightarrow{+4} \frac{3}{9} \xrightarrow{+3} \frac{1}{3}$	A Fração $\frac{1}{3}$ é a <b>forma irredutível</b> da Fração $\frac{12}{36}$ .

Como vimos, então:

Simplificar uma fração é encontrar outra, equivalente à primeira, mas com numerador e denominador menores. A maneira utilizada de simplificar uma fração é dividir seu numerador e seu denominador por um divisor comum (maior que 1).

Fonte - Autores.

As atividades *on-line* de equivalência foram selecionadas com base com conteúdos desenvolvidos no material de estudo, destacando as representações geométricas de diferentes formas, a visualização de translações, escrita fracionária e reta numérica, conforme a figura 13. Os *links* dos sites utilizados na apresentação foram:

- [http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames\\_asid\\_159\\_g\\_2\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_159_g_2_t_1.html?from=topic_t_1.html)
- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menuu3.html>

Figura 13 - apresentação “Atividades On-line Frações Equivalentes”.

CLIQUE NA IMAGEM PARA INICIAR A ATIVIDADE

LAS FRACCIONES - 3 FRACCIONES EQUIVALENTES – CIRCULOS 1

LAS FRACCIONES - 3 FRACCIONES EQUIVALENTES – ESCALAS

Em caso de dúvida você poderá retornar as explicações e também poderá consultar o Google Tradutor

Google Tradutor

MUY BIEN

1 de 20 ACIERTOS

Escolha a escala adecuada

MUY BIEN

1 de 10 ACIERTOS

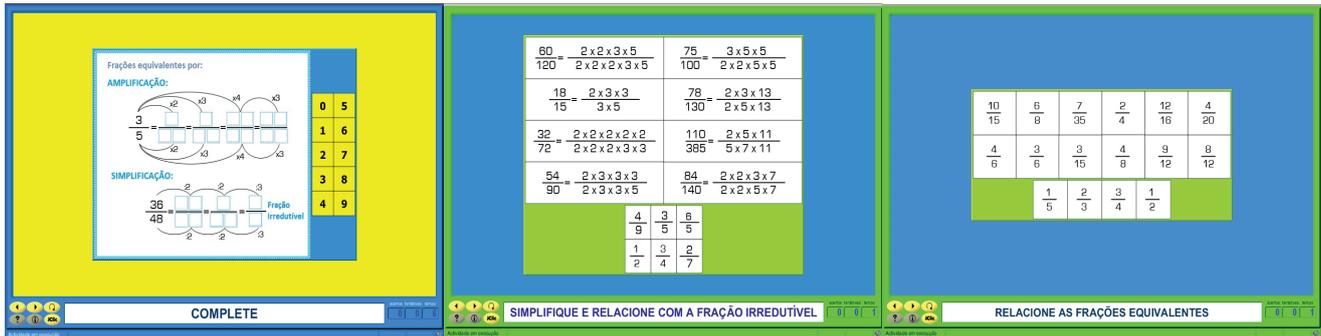
Confirme a resposta

Clique aqui para nova atividade

Fonte - <http://siena.ulbra.br>.

Como reforço para o conceitos de equivalência e simplificação de Frações, foi desenvolvido um projeto, com doze atividades, no aplicativo *JClíc*. Na figura 14, são apresentados exemplos dessas atividades.

Figura 14 - atividades no aplicativo JClic.



Fonte - Autores.

### Nodo Comparação de Frações

Este nodo foi composto do material de estudo sobre os conceitos de comparação de Frações, atividades *on-line* e atividades no aplicativo *JClic*. Para realizar as comparações de Frações, o aluno precisa utilizar os seus conhecimentos sobre o significado das Frações e a ideia de Frações equivalentes, por que uma das aplicações da ideia de Frações equivalentes se manifesta, quando queremos comparar duas Frações e determinar se uma é menor, igual ou maior que outra (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988).

A comparação de Frações trabalha também a ideia de ordem. Para o material de estudo, utilizou-se a ideia de comparação através de figuras, escrita, símbolos (>, < e =) e reta numérica, conforme apresentação na figura 15.

Figura 15 - apresentação “Comparação de Frações”.

The graphic is divided into several panels. The top-left panel has the title 'Comparação de Frações'. The top-middle panel shows five pie charts representing 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, and 5/5, with the text 'Note que: 1/5 é menor que 2/5, 2/5 é menor que 3/5, 3/5 é menor que 4/5, 4/5 é menor que 5/5'. It also includes the rule: 'Quando duas Frações tem o mesmo denominador a maior fração é aquela que apresenta o menor numerador.' The top-right panel shows four pie charts for 1/2, 1/3, 1/4, and 1/5, with the text 'Note que: 1/2 é maior que 1/3, 1/3 é maior que 1/4, 1/4 é maior que 1/5' and the formula:  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$  with 'numerador' and 'denominador' labels. The bottom-left panel features a cartoon dialogue between a girl and a boy about comparing fractions with different denominators. The bottom-middle panel explains that for fractions with different denominators, one must find a common denominator, showing examples like  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$  and  $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ . The bottom-right panel concludes that  $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$  and therefore  $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ .

Fonte - Autores.

Para as atividades *on-line*, destacam-se atividades que associam a comparação de Frações na forma escrita e em representações, utilizando a reta numérica. Quanto a comparação de Frações, Llinares e Sánchez (1988) argumentam que a utilização da reta numérica para representar as Frações pode potencializar a conexão com a noção de medida e o desenvolvimento da relação de ordem entre as Frações, e isso favorece a ampliação por parte dos alunos da sua visão das Frações, em particular, a ideia de vê-las como número e não só como representação de diagramas “parte-todo”. Para esta atividade, utilizaram-se atividades (Figura 16) dos seguintes sites:

- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menuu2.html>
- <http://www.visualfractions.com/CompareL/comparel.html>

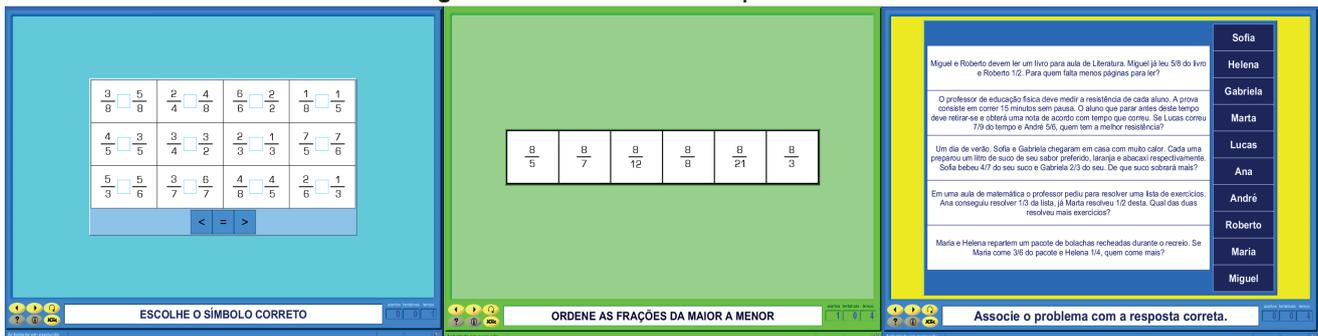
**Figura 16** - apresentação “Atividades On-line Comparação de Frações”.



Fonte - <http://siena.ulbra.br>.

Também foi construído para este nodo um projeto do aplicativo *JClic*, com treze atividades de associação, quebra-cabeça, jogo da memória e de completar texto. Na figura 17, apresentam-se exemplos dessas atividades.

**Figura 17** - atividades no aplicativo *JClic*.



Fonte - Autores.

## Nodo Adição e Subtração de Frações

Para Llinares e Sánchez (1988), podem-se conectar os algoritmos relativos às operações com as Frações aos processos de resolução de problemas e a um manejo dos símbolos. Também, se inicia o caminho de introdução à Álgebra, ao ser o conjunto dos Números Racionais o primeiro caso de conjunto numérico manejado pelos alunos em que as quatro operações não têm restrições.

Para este nodo foram construídas apresentações de materiais de estudo e duas de atividades *on-line*. A introdução às operações de adição e subtração se inicia com situações problemas envolvendo Frações com denominadores iguais, para posteriormente trabalhar com Frações com denominadores diferentes. Na figura 18, apresenta-se o material de estudo.

Figura 18 - apresentação “Adição de Frações”.

## Adição de FRAÇÕES

Tudo bem então. Em quantos pedaços tua mãe dividiu a torta?

Ela cortou a torta em 8 pedaços de tamanhos iguais.

Então, vamos pensar juntos? Observe o quadro ao lado.





- A mãe da Rita dividiu a torta em 8 partes de tamanho iguais, como na figura ao lado.
- A Rita disse que comeram metade da torta de sobremesa no almoço, representada pela cor branca.
- E no jantar, segundo ela, comeram mais duas fatias, representada pela cor cinza. Restou o pedaço, conforme a figura ao lado.

Vamos pensar neste problema como Frações, então observe com bastante atenção, pois vamos necessitar das lições aprendidas até agora:

- A mãe da Rita dividiu a torta em 8 pedaços de tamanho iguais, assim podemos escrever em Frações como sendo  $\frac{8}{8}$  ou como vimos anteriormente quando estudamos tipos de Frações, esta fração é uma Fração aparente pois representa o número natural 1. A torta completa representa 1 inteiro ou  $\frac{8}{8}$ .



Como sobremesa do almoço, Rita falou que comeram metade da torta, representada na figura pela parte de cor branca. Comeram então 4 pedaços de 8, a fração que utilizamos para representar é  $\frac{4}{8}$ . Como vimos anteriormente podemos simplificar esta fração, e dividir o numerador e o denominador por 4, chegando assim a Fração equivalente  $\frac{1}{2}$ .





E na sobremesa do jantar comeram mais 2 pedaços, representados na figura pela cor cinza. Podemos afirmar que dois pedaços representam  $\frac{2}{8}$  o que equivale também a  $\frac{1}{4}$ .

Bom, a Rita perguntou qual foi a quantidade que comeram. Então vamos pensar juntos.



Queremos saber a quantidade da torta que comeram. Então vamos somar a sobremesa do almoço e da janta. Levamos em consideração portanto a parte branca e a cinza das figuras. Vejamos como fica:

Escrevendo em Frações:

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$$

Então foram consumidos  $\frac{6}{8}$  da torta ou simplificando:  $\frac{3}{4}$ .

Rita, vocês comeram  $\frac{6}{8}$  da torta. Ou também podemos dizer  $\frac{3}{4}$ .

Isso mesmo Cletton, este é um caso de adição de Frações, e nesta situação as Frações tinham denominadores iguais.



Podemos perceber que chegamos a que  $\frac{3}{4}$

- Quando realizamos adição de frações com DENOMINADORES diferentes, precisamos transformar as Frações em Frações equivalentes com o mesmo denominador.
- E em seguida efetuamos a adição dessas Frações.



Fonte - Autores.

Na figura 19, uma sequência do material de estudos de “Subtração de Frações”.

Figura 19 - apresentação “Subtração de Frações”.

### Subtração de

# FRAÇÕES

Um dia Rita foi na casa do Cleiton para brincar, e vô dele, Dona Iolanda fez uma pizza para o lanche. Ela dividiu a pizza em 6 pedaços de mesmo tamanho, e Cleiton e Rita comeram um pedaço cada um. Que Fração da pizza sobrou?

A pizza inteira pode ser representada por uma Fração.


 $\frac{6}{6}$

Os 2 pedaços que foram comidos podem ser representados por uma Fração.


 $\frac{2}{6}$

Sobram 4 pedaços, que podem ser representados por uma Fração.


 $\frac{4}{6}$

$\frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$

Portanto, sobram  $\frac{4}{6}$  da torta.

Adaptado: Projeto Araribá Matemática 5ª série – Editora Moderna

Neste caso, as Frações têm o mesmo denominador, então subtraímos os numeradores e conservamos os denominadores.

Quando os denominadores forem diferentes, devemos encontrar Frações equivalentes como na adição.



Mais tarde, Cleiton quis comer mais pizza. Ele comeu metade de um dos pedaços que havia sobrado. Que Fração da pizza sobrou dessa vez?

Havia sobrado  $\frac{4}{6}$  da torta.

A porção da pizza que João comeu mais tarde (metade de um pedaço) pode ser representado pela Fração  $\frac{1}{12}$ , pois é como se a pizza fosse dividida em 12 pedaços e um destes João comeu.

Podemos encontrar a fração que sobrou da pizza fazendo a subtração:

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{12}$$

Mas para isso devemos procurar Frações Equivalentes de mesmo denominador.

Quando as Frações têm denominadores diferentes, encontramos Frações Equivalentes de mesmo denominador, para depois subtrair.

Como os denominadores são diferentes, devemos procurar Frações Equivalentes de mesmo denominador.

Categoria de Frações equivalentes a  $\frac{4}{6}$ :

$$\frac{4}{6} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{12}{18} \quad \frac{16}{24} \quad \frac{20}{30} \dots$$

Categoria de Frações equivalentes a  $\frac{1}{12}$ :

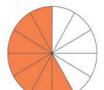
$$\frac{1}{12} \quad \frac{2}{24} \quad \frac{3}{36} \quad \frac{4}{48} \quad \frac{5}{60} \dots$$

Vamos utilizar as frações  $\frac{8}{12}$  e  $\frac{1}{12}$ :

Então:

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

Sobrou da pizza então:



Sete doze avos

Adaptado: Projeto Araribá Matemática 5ª série – Editora Moderna

Viu como devemos proceder da mesma forma da adição e encontrarmos sempre Frações Equivalentes.



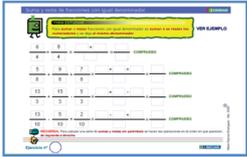
Fonte - Autores.

As atividades selecionadas para este nodo envolveram situações em que os alunos utilizaram Frações equivalentes na resolução, e também o mínimo múltiplo comum (MMC), este trabalhado no nodo Comparação de Frações. Para as atividades com as operações de adição e subtração de Frações, foram desenvolvidas duas apresentações com atividades *on-line*. A primeira apresentação (Figura 20) contém atividades na reta numérica, transformação de representações gráficas em Frações equivalentes e com o algoritmo da adição e subtração de Frações. Para essa apresentação, pesquisou-se nos seguintes sites:

- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menuu5.html>
- [http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames\\_asid\\_106\\_g\\_2\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_106_g_2_t_1.html?from=topic_t_1.html)
- [http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo\\_mate/fracciones\\_e/ejercicios/sumayresta\\_p.html](http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/fracciones_e/ejercicios/sumayresta_p.html)

Figura 20 - apresentação “Atividades On-line | Adição e Subtração”.

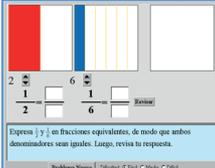
CLIQUE NA IMAGEM PARA INICIAR A ATIVIDADE



Em caso de dúvida você poderá retornar as explicações e também poderá consultar o Google Tradutor



CLIQUE NA IMAGEM PARA INICIAR A ATIVIDADE



Em caso de dúvida você poderá retornar as explicações e também poderá consultar o Google Tradutor



LAS FRACCIONES - 5 SUMA Y RESTA - LA REGLA



¡AHORA TÚ!

Clique em OUTRO EJEMPLO para nova atividade

Fonte - <http://siena.ulbra.br>.

Para a segunda apresentação, utilizaram-se os seguintes sites:

- <http://www.visualfractions.com/AddUnlikeCircle/addunlikecircle.html>
- <http://www.visualfractions.com/SubtractCircle/subtractcircle.html>
- <http://www.visualfractions.com/AddEasy/addlines.html>
- <http://www.visualfractions.com/SubtractEasy/subtractlines.html>

Com destaque para atividades que utilizavam representações escrita e gráfica de forma simultânea, na figura 21 alguns exemplos dessas atividades.

**Figura 21** - apresentação “Atividades *On-line* II Adição e Subtração”.



Fonte - <http://siena.ulbra.br>.

## Nodo Multiplicação e Divisão de Frações

Foi construída uma página inicial com *links* para três apresentações. A primeira porta para os conceitos de multiplicação de Frações; a segunda, para os conceitos de divisão de Frações e a terceira, para atividades *on-line*.

O conceito de multiplicação de Frações foi introduzido com uma situação problema em que os alunos pudessem reconhecer a sua utilização, pois, segundo Linares e Sánchez (1988), as operações com Frações nem sempre parecem tão naturais aos alunos, e muitas vezes são evitadas e substituídas por outros procedimentos em busca da solução. Ainda para os autores, o primeiro contato com a operação de multiplicar vinculada às Frações aparece ao representar a soma de Frações iguais (número natural por Fração), como no exemplo do leite no material de estudo. Os usos de metodologias que integram problemas utilizando representações geométricas auxiliam o aluno a entender o conceito e o algoritmo da multiplicação de Frações.

Na figura 22, a apresentação do material de estudo “Multiplicação de Frações”.

Figura 22 - apresentação “Multiplicação de Frações”.

## Multiplicação de FRAÇÕES

Legal Julia, que parte do bolo está fazendo?

Estou fazendo o recheio do bolo, como convidamos muitas pessoas tivemos que aumentar a receita em 4 vezes.

- Em cada receita leva  $\frac{2}{3}$  de um litro de leite, para calcular a quantidade de leite necessária para 4 receitas precisamos adicionar 4 parcelas iguais a  $\frac{2}{3}$ .
- Veja a figura:
 

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3}$$
- Adicionar  $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$  é o mesmo que multiplicar 4 por  $\frac{2}{3}$ :
 
$$4 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

- Então vamos precisar de  $\frac{8}{3}$  de litros de leite, esta é uma **Fração Imprópria** e podemos escrever na forma mista  $2\frac{2}{3}$ , que nesse caso significa 2 litros de leite mais  $\frac{2}{3}$  de litro de leite.
- Vamos representar geometricamente:

- Um bolo foi dividido em 8 fatias iguais.
- Ana e suas quatro colegas comeram uma fatia cada uma. Juntas as cinco comeram que parte do bolo?
- Vamos começar representando geometricamente a situação:
 
  - Cada fatia representa  $\frac{1}{8}$  do bolo.
  - Então:
 
$$5 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$
 ou
 
$$5 \times \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

Então juntas elas comeram  $\frac{5}{8}$  do bolo.

Na Matemática, a palavra “de” pode ser substituída pelo sinal  $\times$  de multiplicação.

- Veja algumas situações:
  - o dobro de 8 é 16, porque  $2 \times 8 = 16$
  - o triplo de 4 é 12, porque  $3 \times 4 = 12$
- Quando multiplicamos Frações a ideia é a mesma:
  - o dobro de  $\frac{1}{3}$  é  $\frac{2}{3}$ , porque  $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
  - o triplo de  $\frac{1}{4}$  é  $\frac{3}{4}$ , porque  $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
- Você percebeu que para multiplicar um número natural por um número representado por uma Fração, multiplicamos o Número Natural pelo numerador da Fração e conservamos o denominador.

Fonte - Autores.

Para Llinares e Sánchez (1988),

A operação de dividir Frações corresponde já diretamente a uma operação de sentido algébrico. Sua vinculação a procedimentos ou situações intuitivas é tão remota que podemos aceitar que não existem. Há diversas estratégias para apresentar essa operação, mas a mais conhecida é a que se fundamenta na ideia de Frações inversas. [...] Assim, ao apoiar a introdução da divisão de Frações ao da ideia de Frações inversas se está considerando a ideia de operação inversa da multiplicação (a saber, relações de natureza algébrica) (LLINARES; SÁNCHEZ, 1988, p. 151-152 - Tradução nossa\*\*\*\*\*).

Na apresentação “Divisão de Frações” (Figura 23), utilizou-se o recurso de representações gráficas para ilustrar o algoritmo da divisão.

\*\*\*\*\* La operación de dividir fracciones corresponde ya directamente a una operación de sentido algébrico. Su vinculación a procedimientos o situaciones intuitivas es tan remota que podemos aceptar que no existen. Hay diversas estrategias para presentar esta operación, pero la más conocida es la que se fundamenta en la idea de fracciones inversas. [...] Así, al apoyar la introducción de la división de fracciones en la idea de operación inversa se está planteando la idea de operación inversa de la multiplicación (es decir, relaciones de índole algebraico).

Figura 23 - apresentação “Divisão de Frações”.

## Divisão de FRAÇÕES

Até em situações simples, como dividir um alimento.

As vezes queremos dividir uma pizza em fatias iguais, uma barra de chocolate, e muitas outras situações. Como por exemplo a que veremos.

- Antônio comprou só  $\frac{1}{4}$  de uma torta e vai repartir igualmente entre seus 2 sobrinhos.
- Que parte da torta inteira cada um vai ganhar?
- Vamos representar geometricamente:

torta inteira	$\frac{1}{4}$ da torta	$\frac{1}{4} \div 2$	a parte de cada um	parte correspondente a $\frac{1}{8}$ da torta inteira.
---------------	------------------------	----------------------	--------------------	--

• Então:  $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$  Cada sobrinho vai ganhar  $\frac{1}{8}$  da torta inteira.

- Dona Luiza mãe da Rita, preparou para o jantar  $\frac{3}{4}$  de uma jarra cheia de suco de limão, ela quer dividir em três porções iguais e colocar cada porção num copo.
- Que fração da capacidade da jarra dona Luiza vai colocar em cada copo?

• Vamos representar a porção do suco dentro da jarra com um desenho.

• Agora vamos dividir em 3 partes iguais.

• E, em seguida, assinalar uma das três partes.

A parte assinalada é representada pela fração  $\frac{1}{4}$  do total.

$$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

• Podemos resolver o problema de outra maneira, considerando cada copo como  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{1}{3}$ .

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{4 \times 3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

• Portanto chegamos a mesma resposta, mas resolvendo de outra maneira. Dona Luiza vai colocar uma porção equivalente a  $\frac{1}{4}$  da capacidade da jarra.

- Veja outro problema envolvendo divisão com frações:
- Uma receita de mousse de chocolate leva  $\frac{1}{8}$  de quilograma (kg) de chocolate em pó. Com  $\frac{3}{4}$  de quilogramas ( $\frac{3}{4}$  kg) de chocolate em pó, quantas receitas dará para fazer?
- Para resolver esse problema, vamos considerar que o retângulo abaixo representa 1 quilograma (kg) de chocolate em pó.

A parte em marrom representa  $\frac{3}{4}$  de quilograma de chocolate em pó.

Dividindo o retângulo em 8 partes podemos ver quantas vezes  $\frac{1}{8}$  cabe em  $\frac{3}{4}$ .

Fonte - Autores.

A seguir apresentam-se os links utilizados para as atividades on-line (Figura 24):

- [http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo\\_mate/fracciones\\_ejercicios/division\\_p.html](http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/fracciones_ejercicios/division_p.html)
- [http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo\\_mate/fracciones\\_ejercicios/multiplicacion\\_p.html](http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/fracciones_ejercicios/multiplicacion_p.html)
- <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menuu6.html>

Figura 24 - apresentação “Atividades On-line: Multiplicação & Divisão”.

## Atividades online

multiplicação & divisão

LAS FRACCIONES - 6 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN – ÁREAS

Digite a solução da operação

Confirme a resposta

MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES

Realize os cálculos e digite os números aqui. Clique em **COMPRUEBO** para ver se a resposta está correta.

Depois de responder essa série, clique em **INICIAR** para novas atividades

Fonte - <http://siena.ulbra.br>.

### Nodo Resolução de Problemas com Frações

Esse nodo contém uma apresentação de estudo, um projeto do aplicativo *JClíc* e uma atividade on-line do site da Revista Nova Escola. A primeira apresentação do material de estudos (Figura 25)

trouxe as etapas da resolução de problemas, segundo Polya (apud DANTE, 2010, p. 29), essas etapas são: compreender o problema, elaborar um planejamento, executar o planejamento e fazer a verificação.

Figura 25 - apresentação “Frações: Resolução de Problemas”.

# FRAÇÕES

## Resolução de Problemas

Agora vamos ver como podemos resolver problemas seguindo algumas etapas.

Essas etapas são muito importantes, pois vão nos auxiliar para não cometermos erros.

**Problema**

Célia tinha 6 laranjas e deu  $\frac{1}{3}$  delas a sua irmã. Quantas laranjas ela deu a sua irmã?

**1) Compreendo o problema:**

- Para compreender um problema é preciso ler com atenção e fazer algumas perguntas:
- O que o problema diz?
- Célia tinha 6 laranjas.
- Ela deu  $\frac{1}{3}$  delas a sua irmã.
- O que o problema pede?
- Quantas laranjas ela deu a sua irmã?

**3) Executando:**

- Como vou calcular? Posso usar a forma que melhor entendo.

$$\frac{1}{3} \text{ de } 6 = \frac{1}{3} \times 6 = \frac{6}{3} = 2$$

**2) Planejando**

- Você deve pensar na estratégia adequada.
- Que operação é adequada para esse problema?
- A multiplicação para encontrar  $\frac{1}{3}$  de 6.

**4) Verificando:**

- Será que não errei nenhum cálculo? Vamos fazer a prova.

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

$$6 - 4 = 2$$

**5) Respondendo:**

- O problema perguntou:
- Quantas laranjas ela deu a sua irmã?

“Ela deu 2 laranjas para a sua irmã.”

**PROBLEMA**

Aline tinha R\$ 240,00. Ela gastou  $\frac{1}{6}$  dessa quantia na compra de par de sapatos. Com quanto ela ficou?

**PROBLEMA**

Aline tinha R\$ 240,00. Ela gastou  $\frac{1}{6}$  dessa quantia na compra de par de sapatos. Com quanto ela ficou?

**Compreendendo o problema**

- Para compreender um problema é preciso ler com atenção e fazer algumas perguntas:
- O que o problema diz?
- Aline tinha R\$ 240,00.
- Ela gastou  $\frac{1}{6}$  dessa quantia na compra de par de sapatos.
- O que o problema pede?
- Com quanto ela ficou?

**PROBLEMA**

Aline tinha R\$ 240,00. Ela gastou  $\frac{1}{6}$  dessa quantia na compra de par de sapatos. Com quanto ela ficou?

**Planejando**

- Você deve pensar na estratégia adequada.
- Que operação é adequada para esse problema?
- Primeiro eu multiplico para encontrar  $\frac{1}{6}$ .
- Depois eu subtraio este  $\frac{1}{6}$  do total.

**PROBLEMA**

Aline tinha R\$ 240,00. Ela gastou  $\frac{1}{6}$  dessa quantia na compra de par de sapatos. Com quanto ela ficou?

**Executando**

- Como vou calcular? Posso usar a forma que melhor entendo.
- 1ª vou multiplicar:

$$\frac{1}{6} \text{ de } R\$ 240,00 = \frac{1}{6} \times 240 = \frac{240}{6} = 40$$

- 2ª agora vou subtrair R\$ 40,00 do total:

$$R\$ 240,00 - R\$ 40,00 = R\$ 200,00$$

**PROBLEMA**

Aline tinha R\$ 240,00. Ela gastou  $\frac{1}{6}$  dessa quantia na compra de par de sapatos. Com quanto ela ficou?

**Verificando**

- Será que não errei nenhum cálculo? Vamos fazer a prova.

$$\frac{1}{6} \text{ de } 240 = 40$$

$$\frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 40 + 40 + 40 + 40 + 40 = 200$$

**Respondendo**

- O problema perguntou:
- Com quanto ela ficou?

“Depois de gastar com a compra ela ficou com R\$ 200,00”

Fonte - Autores.

No *JClic*, foram desenvolvidas treze atividades destacando as etapas da resolução de problemas. As atividades desenvolvidas foram de associação, caça palavras, completar texto e de múltiplas escolhas, conforme exemplo na figura 26.

Figura 26 - exemplos de atividades no aplicativo JClic.

The figure shows three screenshots of the JClic application interface:

- Left screenshot:** A math problem titled "PROBLEMA" about Aline's purchase. It includes a text description, a dropdown menu for the answer (options: Um terço, Um quarto, Um sexto), and a calculation:  $\frac{1}{6}$  de R\$ 240,00 =  $\frac{1}{6}$  x 240 =. Below the calculation is a text input field for the answer and a button labeled "ASSINALE A ALTERNATIVA CORRETA."
- Middle screenshot:** A problem about Ellen's travel. It includes a text description, three questions: "Quanto Ellen percorreu de trem?", "Qual Ellen percorreu de ônibus?", and "Quanto Ellen percorreu de carro?". Below the questions is a table of fractions:  $\frac{6}{15}$ ,  $\frac{2}{15}$ ,  $\frac{6}{15}$ ,  $\frac{7}{15}$ ,  $\frac{4}{15}$ , and  $\frac{5}{15}$ . Below the table is a button labeled "Utilize FRAÇÕES EQUIVALENTES para resolver."
- Right screenshot:** A "RELACIONE" activity. It includes a text description about Paulo's test score, four questions: "Quantas questões tinha na prova?", "Quantas questões Paulo acertou?", "Quantas questões Paulo acertou?", and "Quantas questões Carlos acertou?". Below the questions are four buttons labeled "80 questões", "40 questões", "20 questões", and "100 questões".

Fonte - Autores.

A segunda atividade é composta por um desafio em dois níveis de dificuldade “fácil” e “difícil”. Essa atividade denominada “Enigma das Frações” está disponível no site [http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?211\\_enigma\\_fracoes.swf](http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?211_enigma_fracoes.swf). Nessa atividade, os alunos são desafiados a responder os enigmas feitos pelo “feitiçeiro mal Mulôji” ao mocinho “Fracti”, para libertar os habitantes da vila de gnomos. É uma atividade lúdica para trabalhar Frações e testar os conhecimentos dos alunos. Na figura 27, observam-se exemplos dessa atividade.

Figura 27 - atividade on-line “Enigma das Frações”.

The figure shows three screenshots of the "Enigma das Frações" online game interface:

- Left screenshot:** The game title "Enigma das Frações" is displayed on a banner. Below the banner are two buttons: "ver introdução" and "iniciar jogo". The background shows a whimsical landscape with a character.
- Middle screenshot:** A math problem: "Cada caixa de biscoito tem 6 pacotes de  $\frac{3}{4}$  kg. Quanto pesa uma caixa completa?". Below the text are three options:  $4 \frac{1}{2}$  kg,  $\frac{9}{4}$  kg, and 6 kg.
- Right screenshot:** A puzzle activity: "ESCOLHA UMA PEÇA QUEBRADA DA CHAVE E DIGA-ME QUANTO FALTA PARA COMPLETAR O RETÂNGULO!". It shows a key with a circular dial divided into segments. Below the dial is a text input field for the answer and a button labeled "ok". The input field contains the fraction  $\frac{1}{2}$ .

Fonte - [http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?211\\_enigma\\_fracoes.swf](http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?211_enigma_fracoes.swf).

Trabalhar com a metodologia da resolução de problema tem por objetivo equipar os alunos com estratégias, fazê-los pensar produtivamente, desenvolvendo o raciocínio para enfrentar situações utilizando e aplicando a Matemática (DANTE, 2010). Para Tenreiro e Vieira (2001, apud GROENWALD; KAIBER; MORA, 2004, p. 41), a resolução de problemas surge como um contexto para os alunos usarem as suas capacidades de pensamento, prioritariamente de pensamento crítico (formulação de hipóteses, análise, generalização, avaliação, entre outras habilidades).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, objetivou-se desenvolver uma sequência didática eletrônica a partir da investigação de questões didáticas e dificuldades relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações, para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que apresentam dificuldades de aprendizagem nesse tema, utilizando as TIC como recurso didático.

O ambiente de investigação com o grafo, os testes adaptativos e as sequências didáticas eletrônicas para cada conceito do grafo estão implementadas no SIENA, no endereço: <http://siena.ulbra.br>. Os testes desenvolvidos indicam que a sequência está com todas as suas funcionalidades adequadas, os estudantes realizam os testes e as sequências didáticas são apresentadas ao aluno quando este não apresenta o resultado adequado ao proposto no SIENA.

Um fator a ser ressaltado é que o estudante vai realizando seus estudos de acordo com seu tempo de aprendizagem, fator extremamente importante para alunos que necessitam de recuperação de estudos, nesse sentido é possível uma recuperação individualizada das dificuldades dos alunos.

## REFERÊNCIAS

BARROSO, J. M. **Projeto Araribá Matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, v. 1, 2006.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e Metodologias de Matemática para os ciclos iniciais do Ensino Fundamental**. 2ª Edição. ed. Campo Grande: Editora UFMS, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Brasília, 1997.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. **Matemática na medida certa**. 9ª. ed. São Paulo: Scipione, 2004.

COSTA, D. R. **Métodos estatísticos em teste adaptativos informatizados**. 107 f. Dissertação (mestrado de Estatística) Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2009.

DANTE, L. R. **Aprendendo Sempre Matemática**. 1ª. ed. São Paulo: Ática, v. 1, 2009.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de Matemática teoria e prática**. 1ª. ed. São Paulo: Ática, 2010.

FILATRO, A. **Design Instrucional na prática**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

GIMÉNEZ, J.; BAIARRAL, M. **Frações no currículo do Ensino Fundamental conceituação, jogos e atividades lúdicas**. Seropédica: GEPEM/EDUR, 2005.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR., J. R. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2007.

GROENWALD, C. L. O.; MORENO, L. R. Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 8, n. 2, p. 19-28, julho/dezembro 2006.

GROENWALD, C. L. O.; KAIBER, C. T.; MORA, C. D. Perspectiva em Educação Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan./jun. 2004.

LEMOS, A. V.; MONTEIRO, A. B.; SEIBERT, T. E.; GROENWALD, C. L. O. **Multiplicação no Números Naturais uma experiência no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA)**. Seminário Estadual de Pesquisa PPGECIM. Canoas: [s.n.]. 2011.

LLINARES, S. C.; SÁNCHEZ, M. V. G. **Fracciones la relacion parte-todo**. Madrid: Sintesis, 1988.

NOVAK, J.; GOWIN, D. B. **Apriendendo a aprender**. Barcelona: Martinez Roca, 1988.

NUNES, K. S.; GROENWALD, CI. L. O.; SEIBERT T. E.; HOMA, A. I. R.. **Inovando o currículo de Matemática através da incorporação das Tecnologias da Informação e Comunicação – ambiente de investigação com o tema Números Decimais**. XVIII Salão de Iniciação Científica e Tecnológica. Canoas: ULBRA. 2012.

RIBEIRO, J. S. **Projeto Radix**: matemática 6º ano. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2009.

VASCONCELOS, I. C. P. **Números Fracionários: a construção dos diferentes significados por alunos da 4ª a 8ª séries de uma escola do Ensino Fundamental**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 104. 2007.

-----  
RECEBIDO EM: 01.01.2014.

CONCLUÍDO EM: 01.04.2014.

