

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA: ABORDAGEM RELACIONAL OU PROCEDIMENTAL?

PROPORTIONAL REASONING IN TEACHING MATH BOOKS: RELATIONAL OR PROCEDURAL APPROACH?

DANIEL MOREIRA DOS SANTOS*
VÂNIA MARIA PEREIRA DOS SANTOS-WAGNER**

RESUMO

Neste estudo procuramos compreender como dois livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) abordam as ideias envolvendo raciocínio proporcional segundo dois olhares: (a) a natureza multiplicativa do raciocínio proporcional e (b) exploração dos níveis de compreensão instrumental e relacional em notas explicativas e atividades matemáticas. Além destes dois aspectos de nossa análise utilizamos critérios de avaliação trazidos pelo PNLD para uma caracterização geral das obras investigadas. O estudo nos mostrou que os dois livros didáticos estudados possuem a mesma concepção de ensino-aprendizagem. No entanto, o segundo livro apresentado neste texto enfatizou, na exposição do conteúdo, a natureza multiplicativa das relações proporcionais, enquanto que o primeiro livro não deu ênfase conceitual no assunto.

Palavras-chave: Raciocínio Proporcional. Livro didático. Compreensão relacional e procedimental.

ABSTRACT

In this study we try to understand how two books approved by the National Textbook Program (PNLD) discuss ideas involving proportional reasoning according to two views: (a) the multiplicative nature of proportional reasoning and (b) exploration of levels of instrumental and relational understanding in notes explanatory and mathematical activities. In addition to these two aspects of our analysis we use evaluation criteria brought by PNLD for a general characterization of the works investigated. The study shows that the two textbooks studied have the same conception of teaching and learning. However, the second book presented in this text emphasized in content display, the multiplicative nature of proportional relationships, while the first book did not conceptual emphasis on the subject.

Keywords: Proportional Reasoning. Textbook. relational and procedural understanding.

* Mestre em Educação (Linguagem Matemática) - PPGE/UFES. Prefeitura Municipal de Vitória/ES. Faculdade Multivix/Serra. E-mail: daniel-htm@hotmail.com.

** Doutora em Educação Matemática - Indiana University. Professora Colaboradora da Universidade Federal do Espírito Santo. E-mail: profvaniasantoswagner@googlemail.com.

INTRODUÇÃO

Este artigo traz resultados de uma investigação pautada na análise de conteúdo de dois livros didáticos de matemática da sexta série/sétimo ano do ensino fundamental. Queríamos analisar como estes livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) abordavam as ideias envolvendo raciocínio proporcional por meio de notas explicativas e atividades matemáticas. Para analisar os dados utilizamos os trabalhos de Skemp (1976), Ben-Chaim, Ilany e Keret (2008), Silva (2012) e Silvestre e Ponte (2013).

Skemp (1976) nos auxiliou a compreender o que é compreensão relacional e procedimental, Silva (2012) nos apresentou as dificuldades explícitas e implícitas no processo de ensino-aprendizagem de proporcionalidade, bem como as recomendações curriculares para o ensino de razão e proporção em Portugal, que muito se assemelham às recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997).

Silvestre e Ponte (2013) nos apresentaram a natureza multiplicativa do raciocínio proporcional, Ben-Chaim, Ilany e Keret (2008) nortearam o que entendemos por “atividades investigativas autênticas” capazes de favorecer uma aprendizagem matemática com compreensão relacional. Também selecionamos na ficha de avaliação dos livros didáticos de matemática do Guia PNLD/2008, os critérios que correspondem à forma de exposição do conteúdo, ao tipo de exercícios e problemas e, à apresentação de atividades investigativas que favorecem a compreensão do conceito de proporcionalidade.

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

O raciocínio proporcional e, sua natureza multiplicativa, está presente tanto em problemas simples do cotidiano quanto em problemas mais complexos da própria matemática e/ou outras ciências. Pesquisadores concordam que o raciocínio proporcional é um conteúdo essencial a partir dos últimos anos do ensino fundamental por envolver relações multiplicativas entre grandezas ao invés de relações aditivas mais comuns nos primeiros anos escolares (SILVESTRE; PONTE, 2013; BEN-CHAIM; ILANY; KERET, 2008). Além disso, encontramos no trabalho de Silva (2012) evidências que realçam a importância de explorar o conceito de proporcionalidade desde os anos iniciais. Essa pesquisadora comenta que o conceito de proporcionalidade é tanto elementar (trabalhado a partir dos anos iniciais) quanto estruturante, pois se relaciona a muitos tópicos em matemática e em outras ciências. Ademais, Silva (2012) destaca o que sugerem as diretrizes curriculares em Portugal sobre o conceito de razão e proporção. No segundo ciclo do Ensino Básico (entre o 5º e o 7º ano no Brasil) é esperado que os estudantes venham a “compreender os conceitos de razão, proporção e constante de proporcionalidade; utilizar proporções para modelar situações e fazer previsões. Resolver e formular problemas envolvendo situações de proporcionalidade direta” (PONTE et al, 2007, p. 41).

Todavia, como apontam Silvestre e Ponte (2013), muitos alunos têm dificuldades em identificar uma relação de proporcionalidade entre grandezas bem como na aplicação do procedimento de cálculo da quarta proporcional. Silva (2012) afirma a existência de dificuldades implícitas, isto é, inerentes ao próprio conceito de proporcionalidade. Conforme a pesquisadora, é comum nos depararmos com equívocos que os estudantes fazem com os diversos significados em torno do conceito de proporcionalidade, tais como fração e razão.

Ben-Chaim, Ilany e Keret (2008) acrescentam que poucos alunos com desempenho escolar em matemática considerado mediano usam o raciocínio proporcional adequado ou concluem atividades

propostas sobre o tema corretamente. Ademais, este problema parece se prolongar para níveis escolares posteriores. Os autores também afirmam que existem muitas falhas na formação do professor de matemática quando a temática envolve razão e proporção. Para os pesquisadores,

frequentemente, o conhecimento é técnico, esquemático, desconectado e incoerente. Como resultado, surgem dificuldades que são evidência da falta de compreensão de conceitos matemáticos - dentre os quais os de razão e proporção - pelos futuros professores que têm se mostrado incapazes de, ao mesmo tempo, dominar tais conceitos e ensiná-los (BEN-CHAIM; ILANY; KERET, 2008, p. 131).

Essas deficiências na formação do professor se refletem em sua metodologia de ensino-aprendizagem e, por fim, numa aprendizagem insuficiente por parte de seus alunos. Esse conhecimento esquemático relaciona-se ao que Skemp (1976) traduz como aprendizagem instrumental ou procedimental, que por sua vez, não dá conta da compreensão das relações conceituais envolvidas. O professor que não está seguro do conceito matemático tende a reproduzir e avaliar seus alunos apenas com atividades rotineiras e mecânicas (SANTOS, 1997).

Conforme Silvestre e Ponte (2013), uma perspectiva atual da investigação em raciocínio proporcional tem dado ênfase na compreensão da natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade direta. Embora pesquisas neste campo tenham dado maior ênfase à compreensão do conceito de proporção, os livros didáticos continuam a associar o raciocínio proporcional ao uso eficiente da regra de três simples numa abordagem voltada ao procedimento (SILVESTRE; PONTE, 2013). Assim como os autores mencionados, acreditamos que um ambiente que favoreça a aprendizagem deve conter tarefas ou situações que levem os alunos a aprenderem não só procedimentos, mas também conceitos matemáticos e, entre eles, o conceito de proporcionalidade (BEN-CHAIM; ILANY; KERET, 2008).

A concepção de raciocínio proporcional utilizada neste artigo leva em conta três aspectos centrais elucidados pelas pesquisas de Silvestre e Ponte (2013) e Silvestre (2013), a saber:

(i) capacidade para distinguir situações que têm subjacentes relações de proporcionalidade direta de situações que não o têm; (ii) compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais; (iii) capacidade para resolver vários tipos de problemas, revelando a flexibilidade mental para realizar diferentes abordagens sem ser afetado pelo contexto, dados e estrutura numérica, grandezas e as representações (texto, gráficos, tabelas, razões) (SILVESTRE, 2013, p. 12).

Notamos que estes pontos norteiam as habilidades ou capacidades que um aluno deve adquirir ao resolver problemas envolvendo raciocínio proporcional. Desta forma, acreditamos que os manuais didáticos de matemática precisam explorar estas capacidades em suas explicações e atividades propostas. Por isso, estes três aspectos distintos do raciocínio proporcional serão utilizados para analisar as propostas trazidas por dois livros didáticos de matemática.

COMPREENSÃO RELACIONAL E INSTRUMENTAL

Em seu artigo intitulado “Relational understanding and instrumental understanding”, Skemp (1976) faz uma reflexão sobre os dois significados do termo “compreensão” em matemática. Para o autor, tanto professores quanto alunos podem ter uma ideia de que compreensão é o bom manejo

de regras e procedimentos matemáticos. No entanto, esta perspectiva não dá conta de justificar o uso de determinados procedimentos, pois é pautada em técnicas operatórias, não na argumentação e verificação das relações envolvidas. Desta forma, fica claro para Skemp (1976) que a fluência com operações, algoritmos e procedimentos é condição necessária para a aprendizagem matemática, mas não suficiente.

Conforme Skemp (1976) é necessário tanto saber fazer quanto saber o porquê se faz. Nesse artigo, o autor propõe o exercício de identificar exemplos de explicações que levam a uma compreensão instrumental de qualquer tópico matemático. Esse exercício traz duas vantagens: (a) a identificação do quanto o ensino instrumental é abordado, (b) por meio de vários exemplos podemos perceber mais sutilmente a distinção entre compreensão instrumental e relacional. Nós acreditamos que outra vantagem seria (c) a tendência ao equilíbrio entre as duas abordagens, visto que tanto uma metodologia de ensino-aprendizagem instrumental quanto uma metodologia com foco relacional são imprescindíveis no ensino de matemática.

Faz-se necessário frisar que o ensino que promova apenas a compreensão instrumental capacita o aluno ao uso de regras e técnicas meramente memorizadas e que podem, portanto, serem facilmente esquecidas. De modo semelhante, uma metodologia de ensino-aprendizagem apenas relacional prejudica o desenvolvimento da memorização dos conceitos e propriedades mais comuns. Se não houver certo nível de prática os estudantes não alcançam a fluência necessárias para resolver problemas simples e avançar em direção a problemas mais complexos.

Portanto, são necessários os dois tipos de compreensão apontados por Skemp (1976). O ensino pautado na compreensão instrumental favorece automatismos importantes para o desenvolvimento matemático, pois não queremos que nossos alunos tenham que construir conceitos e deduzir propriedades sempre que um problema simples é apresentado. Igualmente a compreensão de como as técnicas, regras e procedimentos matemáticos são construídos e relacionados facilita a aprendizagem e a recordação dos conceitos promovendo uma aprendizagem significativa. Skemp (1976) acrescenta que o ensino pautado na aprendizagem relacional ainda possui como vantagem a busca por novas conexões e exploração de outros ramos do objeto de estudo melhorando a qualidade da aprendizagem e o conhecimento matemático.

Quanto ao nosso foco de investigação, um livro didático faz uma opção metodológica ao abordar os tópicos matemáticos de modo relacional ou instrumental que tende a se refletir nas aulas de matemática de muitos professores que o adotam. É de conhecimento comum que muitos professores adotam livros de abordagem instrumental, pois aulas relacionais e conceituais demandam mais trabalho, pesquisa e requerem mais tempo de preparo e planejamento de aula, o que prejudica o desenvolvimento do programa curricular como justificam alguns. Essa escolha de metodologia de trabalho instrumental acaba refletindo na aprendizagem dos alunos em uma memorização sem compreensão, entendimento superficial dos temas matemáticos e fácil esquecimento das técnicas e fórmulas. Acreditamos que um livro que focalize a aprendizagem relacional será mais proveitoso para os alunos e para o professor que pode inclusive propor tarefas rotineiras ao fim da exploração dos conceitos e atividades relacionais.

PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Queremos enfatizar que é função ou responsabilidade primordial do professor escolher adequadamente a maneira de explorar o conteúdo em sala de aula e as tarefas a serem propostas, sendo o

livro didático apenas um guia para o seu trabalho. Todavia, o livro didático de matemática tem sido uma peça fundamental em sala de aula por diversos motivos, por exemplo, alguns professores consideram o livro didático como uma autoridade inquestionável e lançam mão apenas deste recurso. Essa postura oferece aos estudantes apenas uma visão da matemática e de seu ensino, que é a visão expressa pelo tipo de tarefas e explicações deixadas pelo autor.

Outro motivo provável está associado à precariedade da carreira docente ocasionada por fatores, tais como, tempo insuficiente de planejamento e carga horária excessiva de aulas durante a jornada diária de trabalho. Porém, isso não exime o professor de suas atribuições e responsabilidades (LORENZATO, 2006). Portanto, consideramos que apreciar criticamente um livro é uma importante tarefa para aprimoramento desta ferramenta didática.

Foram analisados dois livros didáticos de matemática da sexta série/sétimo ano aprovados no Plano Nacional do Livro Didático do ano de 2008 - PNLD 2008, conforme o quadro abaixo:

Quadro 1 - Livros pesquisados

Livro	Título	Autores	Editora
LD 1	Matemática e Realidade	Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado.	Atual
LD 2	Projeto Araribá	Organizadora: Editora Moderna. Obra Coletiva.	Moderna

Fonte - Construção do autor

Estes livros foram escolhidos por fazerem parte do acervo pessoal do pesquisador e serem aprovados no PNLD do ano de 2008. O LD 2 já foi utilizado por escolas estaduais do município de Serra/Espírito Santo e, o LD1, vem sendo indicado como bibliografia de estudos em exames de admissão do Instituto Federal do Espírito Santo.

A análise das obras foi feita tendo como parâmetros os três aspectos do raciocínio proporcional expostos numa perspectiva atual da temática por Silvestre e Ponte (2013). Também foram levadas em conta as resenhas do PNLD 2008 acerca das características gerais das obras citadas acima. Por se tratar do manual do professor, analisamos a apresentação da obra feita pelos autores do LD 1. A partir desses critérios de análise estabelecidos, queremos investigar se livros didáticos de matemática têm trazido uma abordagem conceitual ou procedimental no desenvolvimento do raciocínio proporcional.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS LIVRO DIDÁTICO 1 (LD 1)

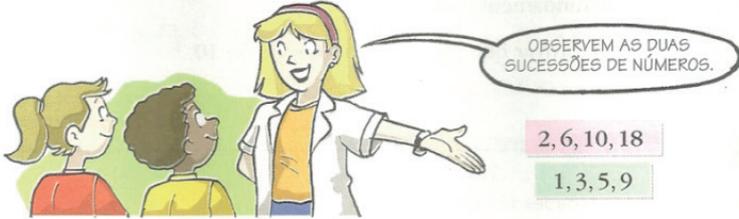
Com relação às características gerais da coleção Matemática e Realidade, o PNLD 2008 afirma que os livros trazem uma “valorização excessiva de conteúdos técnicos e de prática operatória” (BRASIL, 2007, p. 134). Afirmarões desta natureza se seguem na resenha como, por exemplo, “observa-se certa atenção aos conceitos envolvidos, mas predomina a preocupação de que o aluno assimile procedimentos de cálculo e de resolução de exercícios” (BRASIL, 2007, p. 135). Constatamos que a metodologia de ensino-aprendizagem adotada pelos autores prio-

riza o entendimento procedimental em detrimento da compreensão dos conceitos matemáticos (SKEMP, 1976). Quando se trata do estudo e uso da álgebra “são poucas oportunidades oferecidas aos alunos para que façam um uso mais amplo da linguagem algébrica a fim de representar, construir modelos, sintetizar e deduzir propriedades” (BRASIL, 2007, p. 135). Ou seja, a álgebra é utilizada em um viés de manipulação simbólica e operatória e, isso se reflete no estudo da quarta proporcional.

No capítulo 25, na página 225 do LD 1, o tema Proporções é iniciado por meio de um exemplo envolvendo os conceitos de proporcionalidade direta e fator de proporcionalidade:

Figura 1 - LD 1 - Proporcionalidade

Comparando sucessões de números



Os números da primeira sucessão são exatamente o dobro dos números da segunda, ou seja, o quociente de cada termo da primeira sucessão pelo termo correspondente da segunda é sempre o mesmo, isto é, 2:

$$\frac{2}{1} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = \frac{18}{9}$$

Números diretamente proporcionais

No caso das duas sucessões apresentadas, podemos dizer que:

- os números da primeira sucessão, 2, 6, 10, 18, são *diretamente proporcionais* aos números da segunda sucessão, 1, 3, 5, 9;
- o fator de proporcionalidade é 2.

Assim é possível definir que os números da sucessão a, b, c, d, e, ... são *diretamente proporcionais* aos números da sucessão a', b', c', d', e', ... quando:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'} = \dots$$

O valor desses quocientes é chamado *fator de proporcionalidade*.

Fonte - LD 1

Em sequência os autores abordam o subitem “Proporção” seguindo a mesma linha de raciocínio, a saber, apresentação de um exemplo, imediata generalização, apresentação de propriedades.

Figura 2 - LD 1 - Propriedade Fundamental da Proporção

Essa última igualdade é chamada *proporção*. Ela pode ser lida assim: *a está para a' assim como b está para b'*.

$$a : a' = b : b'$$

Um modo simples de verificar se a proporção $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ é verdadeira é fazer as multiplicações cruzadas: $a \cdot b'$ e $a' \cdot b$ e verificar se

$$a \cdot b' = a' \cdot b$$

chamada propriedade fundamental da proporção.

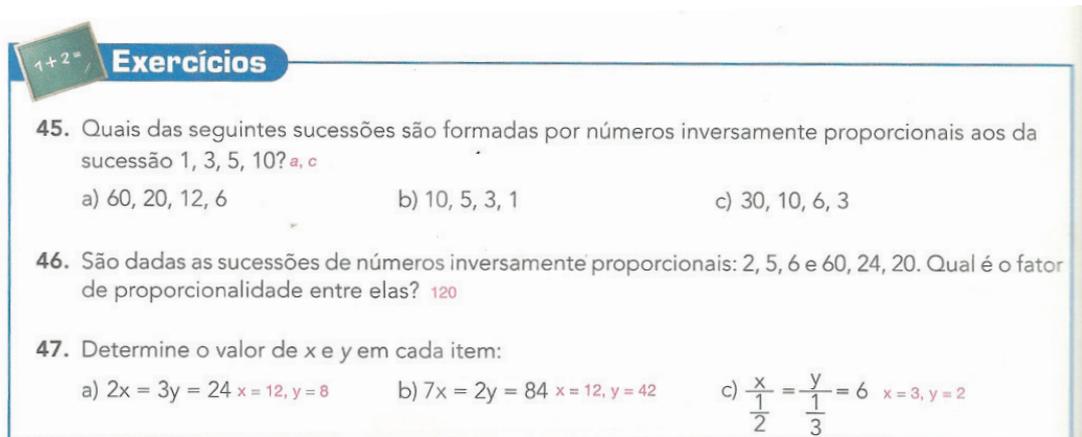
Então podemos comprovar que: $\frac{6}{3} = \frac{10}{5}$, pois $6 \cdot 5 = 3 \cdot 10$

Fonte - LD 1

Em seguida é apresentada a primeira série de exercícios. Estas atividades são basicamente de aplicação imediata dos conceitos abordados anteriormente: uso da propriedade fundamental da proporção, cálculo de razões e fator de proporcionalidade, verificação de relação de proporcionalidade direta, uso da álgebra como manipulação simbólica. Notamos que, na exposição do conteúdo, os autores não dão espaço para o pensamento autônomo do aluno visto que após a apresentação de algum problema fornecem a resposta no desenvolvimento do texto. Esta característica, embora de acordo com a opção metodológica dos autores, não favorece o desenvolvimento da autonomia dos alunos, da tomada de consciência e reflexão que são habilidades importantes de serem desenvolvidas como sugerem as pesquisas de Santos (1997), os PCN (BRASIL, 1997) e o PNLD 2008.

Os autores apresentam o conceito de proporcionalidade inversa da mesma forma como o fizeram para proporcionalidade direta. Duas sequências de números são apresentadas e é verificado o quociente entre termos respectivos das sequências observando-se o fator de proporcionalidade. Logo em seguida são propostos exercícios que trabalham de modo operatório com o conceito de proporcionalidade inversa. Um ponto importante e relevante do capítulo é a ênfase dada ao fator de proporcionalidade na exploração do conteúdo e em alguns exercícios. É comum professores darem maior ênfase à propriedade fundamental das proporções (multiplicação cruzada) e se esquecerem do fator de proporcionalidade que aparece em problemas de aplicação da matemática e “atividades investigativas autênticas” (BEN-CHAIM; ILANY; KERET, 2013). No entanto, não são trabalhados problemas deste tipo no LD 1 que traz essencialmente atividades rotineiras.

Figura 3 - LD 1 - Exercícios



1 + 2 = Exercícios

45. Quais das seguintes sucessões são formadas por números inversamente proporcionais aos da sucessão 1, 3, 5, 10? **a, c**

a) 60, 20, 12, 6 b) 10, 5, 3, 1 c) 30, 10, 6, 3

46. São dadas as sucessões de números inversamente proporcionais: 2, 5, 6 e 60, 24, 20. Qual é o fator de proporcionalidade entre elas? **120**

47. Determine o valor de x e y em cada item:

a) $2x = 3y = 24$ **$x = 12, y = 8$** b) $7x = 2y = 84$ **$x = 12, y = 42$** c) $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = 6$ **$x = 3, y = 2$**

Fonte - LD 1

O último tópico trabalhado no capítulo 25 (Proporções) trata do tema divisão proporcional. A divisão proporcional é abordada por meio de um único exemplo denominado “negócio entre amigos”. Os autores se referem ao tema como prático e muito frequente. O capítulo é finalizado com uma série de exercícios propostos sobre divisão proporcional e inversamente proporcional. No entanto, o livro só expõe um exemplo sobre divisão com proporcionalidade direta.

Constatamos que o livro LD 1 trabalha os conceitos envolvendo proporções de forma sucinta e procedimental sem oportunizar ao aluno a exploração das situações apresentadas. É importante mencionar que o LD 1 não explora situações de não-proporcionalidade conforme apontam Silvestre e Ponte (2013). Acreditamos que os contra-exemplos são parte fundamental para a compreensão de conceitos matemáticos. O LD 1 não explora a natureza multiplicativa da relação multiplicativa envolvida no raciocínio proporcional de modo conceitual, dando ênfase apenas à propriedade fundamental das proporções (multiplicação cruzada). Os exercícios propostos têm foco apenas na aplicação imediata do conceito visando prática do aluno em procedimentos e algoritmos. Ainda, os exercícios não exploram diferentes contextos e representações como gráficos e tabelas conforme sugerem Silvestre e Ponte (2013).

LIVRO DIDÁTICO 2 (LD 2)

O segundo livro didático (LD 2) analisado neste estudo é uma obra coletiva organizada pela editora moderna. Trata-se do Projeto Araribá, aprovado no PNLD para o triênio 2008, 2009 e 2010. De acordo com o PNLD 2008 em linhas gerais “a coleção privilegia a sistematização de procedimentos e algoritmos em detrimento da dimensão conceitual da matemática” (BRASIL, 2007, p. 106). A resenha ainda traz que é dada “ênfase em procedimentos” no estudo da álgebra e “a manipulação simbólica e o formalismo são privilegiados” (BRASIL, 2007, p. 105). Ainda de acordo com o documento um ponto relevante do LD 2 é que este contextualiza os assuntos tratados de forma significativa dentro da própria matemática. Vemos que a avaliação global do PNLD 2008 é semelhante para os dois livros didáticos trazidos neste artigo.

No capítulo 3 da unidade 6 intitulado “proporção”, página 201, a obra inicia o conteúdo por meio de uma situação de acessível compreensão para os alunos.

citada por Silvestre e Ponte (2013) referente às habilidades que um aluno precisa ao trabalhar com problemas envolvendo raciocínio proporcional.

Quadro 2 - LD 2 - Primeiro desafio

Para subir esta montanha de 15 metros de altura, levei 45 minutos, e, para descer, 20 minutos. A variação das grandezas distância e tempo, na subida e na descida, forma uma proporção?

Fonte - LD 2

A próxima seção do capítulo é dedicada à apresentação da propriedade fundamental das proporções. A propriedade é mostrada inicialmente através de um diálogo entre dois personagens (professor e aluna). O professor pede a aluna para observar se existe alguma relação entre os meios e os extremos das proporções apresentadas por ele. No balão ao lado a aluna efetua o produto dos extremos e verifica que este é igual ao produto dos meios.

Figura 7 - LD 2 - Propriedade fundamental das proporções

Propriedade fundamental das proporções

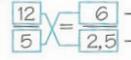
Observe os termos de uma proporção:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{extremo} & \text{---} & a & = & \frac{c}{d} & \text{---} & \text{meio} \\ & & b & & & & \\ \text{meio} & \text{---} & & & & \text{---} & \text{extremo} \end{array}$$

Lê-se: *a* está para *b* assim como *c* está para *d*.

Você consegue observar alguma relação entre os extremos e os meios das proporções

$$\frac{12}{5} = \frac{6}{2,5} \text{ e } \frac{7}{2} = \frac{14}{4} ?$$

O produto dos extremos é: $12 \cdot 2,5 = 30$
O produto dos meios é: $5 \cdot 6 = 30$
Os produtos são iguais.



$2 \cdot 14 = 7 \cdot 4$
Produtos iguais.



Fonte - LD 2

Logo abaixo, a propriedade fundamental das proporções é destacada e generalizada. Em seguida são apresentados três pontos sobre esta propriedade: (a) verificar se duas razões formam uma proporção, (b) determinar o termo desconhecido de uma proporção, (c) escrever novas proporções.

Novamente no canto esquerdo da página é apresentado um problema desafio com respeito ao tópico “propriedade fundamental das proporções”. O desafio permite a discussão e a verificação do valor desconhecido da proporção existente entre as grandezas.

Quadro 3 - LD 2 - Segundo desafio

“Caminhando nesse ritmo, ando 1km em 15 minutos”. O percurso até o acampamento é de 12 km. Se eles começarem a andar às 9 horas, conseguirão chegar ao acampamento até a hora do almoço? A que horas eles chegarão?

Fonte - LD 2

A próxima seção do capítulo aborda o tópico “quadros com sequências proporcionais” subdividido em (a) sequências diretamente proporcionais e (b) sequências inversamente proporcionais. As sequências são apresentadas através de quadros e é feita a igualdade de razões entre os termos do quadro conforme vemos abaixo. É observado que a igualdade de razões é constante e, assim denominada constante de proporcionalidade.

Figura 8 - LD 2 - Proporcionalidade direta

■ Quadros com seqüências proporcionais

• Sequências diretamente proporcionais

Observe o quadro com números:

2	4	6	8	10
6	12	18	24	30

Note que é possível escrever as igualdades de razões:

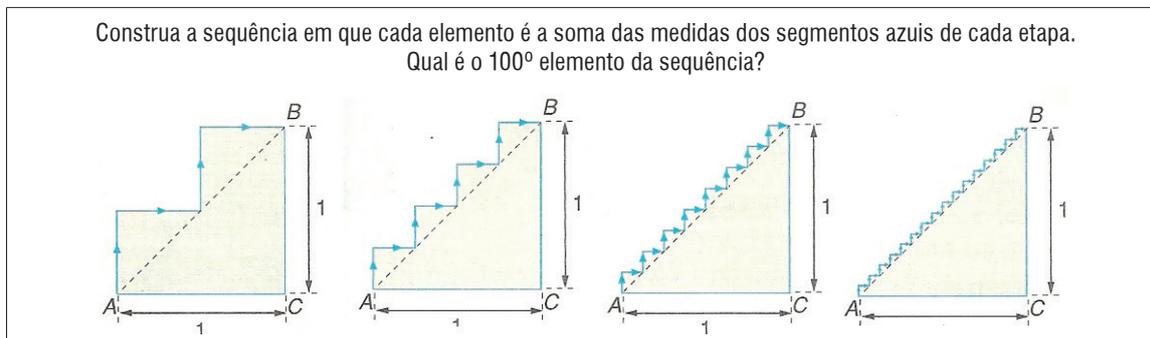
$$\frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \frac{8}{24} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

O quociente de cada número de uma seqüência pelo número correspondente da outra resulta em uma constante k , que chamamos de **constante de proporcionalidade**.

Fonte - LD 2

O desafio trabalhado no tópico “quadros com sequências proporcionais” traz a possibilidade de tratar assuntos diversos em sala de aula como sequências, progressões geométricas, utilização da álgebra como ferramenta para modelagem e generalização, observação de padrões além de proporcionalidade direta.

Quadro 4 - LD 2 - Terceiro desafio



Fonte - LD 2

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997),

a Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico (BRASIL, 1997, p. 24).

A exploração do tipo de problema acima coopera para o desenvolvimento destas habilidades (generalizar, projetar, prever e abstrair) necessárias à realização de diversas atividades sociais envolvendo, por exemplo, contagens, comparações e operações com quantidades.

A última seção do capítulo é dedicada ao assunto “divisão em partes proporcionais” e apresenta o tópico matemático por meio de um exemplo semelhante ao problema apresentado no LD 1.

Figura 9 - LD 2 - Problema de divisão proporcional

Camila, Marta e Fernanda montaram um restaurante no bairro em que moram. Camila investiu R\$ 20.000,00, Marta, R\$ 14.000,00 e Fernanda, R\$ 7.000,00. Depois de um mês, obtiveram lucro de R\$ 10.250,00, que foi dividido entre as três em partes diretamente proporcionais ao capital que cada uma investiu. Quanto coube a cada uma delas?

Fonte - LD 2

O problema é resolvido algebricamente fazendo referência aos conceitos apresentados anteriormente, a saber: proporcionalidade direta e constante de proporcionalidade. Ao encontrar o valor de k , constante de proporcionalidade, este valor é substituído nas equações $x=20.000k$, $y=14.000k$, $z=7.000k$ como um operador escalar (SILVESTRE; PONTE, 2013), pois a constante k é adimensional por se tratar da razão de grandezas de mesma espécie.

Figura 10 - LD 2 - Resolução do problema

Vamos chamar de x a parte do lucro recebida por Camila, de y a parte do lucro recebida por Marta e de z a parte do lucro recebida por Fernanda.

Como essas partes são diretamente proporcionais a 20.000, 14.000 e 7.000, então: $\frac{x}{20.000} = \frac{y}{14.000} = \frac{z}{7.000} = k$, em que k é a constante de proporcionalidade.

Fonte - LD 2

Figura 11 - LD 2 - Continuação da resolução

Dessa maneira, temos as seguintes igualdades:

$$x = 20.000k$$

$$y = 14.000k$$

$$z = 7.000k$$

Vamos somar x , y e z :

$$x + y + z = 20.000k + 14.000k + 7.000k = 41.000k$$

Como $x + y + z = 10.250$ (lucro obtido depois de um mês), então:

$$10.250 = 41.000k \Leftrightarrow k = 0,25$$

Agora, podemos calcular os valores de x , y e z :

$$x = 20.000 \cdot 0,25 = 5.000$$

$$y = 14.000 \cdot 0,25 = 3.500$$

$$z = 7.000 \cdot 0,25 = 1.750$$

Portanto, Camila recebeu R\$ 5.000,00, Marta, R\$ 3.500,00 e Fernanda, R\$ 1.750,00.

Fonte - LD 2

As atividades do LD 2 não são distribuídas ao longo do capítulo como no LD 1, sendo destinada uma seção ao final do capítulo para este fim. Além de quatro desafios, o capítulo de proporção traz quinze atividades. A maior parte destas atividades trabalha a aquisição de procedimentos e algoritmos por repetição. São exercícios rotineiros que focalizam, sobretudo, a manipulação algébrica ao tratar os assuntos: propriedade fundamental das proporções, termo desconhecido da proporção, divisão proporcional, proporcionalidade direta e inversa, determinação da constante de proporcionalidade.

Destacamos apenas dois exercícios que trabalham com a verificação de conceitos do raciocínio proporcional. O primeiro trabalha a identificação de situações de proporcionalidade e não-proporcionalidade como sugerem Silvestre e Ponte (2013). O segundo exercício proporcionaliza a verificação das relações multiplicativas de proporcionalidade direta e inversa por parte do próprio aluno.

Figura 12 - Problema que permitem aprendizagem relacional

1. Escreva, em seu caderno, as situações que dão idéia de proporção.
 - a) Quantidade de água gasta e valor da conta de água.
 - b) Número de páginas de um livro e sua massa.
 - c) Área de um polígono e número de vértices.
 - d) Medida do lado de um quadrado e seu perímetro.
 - e) Idade de uma pessoa e sua altura.

5. Reproduza, em seu caderno, os quadros de seqüências de números (a) diretamente proporcionais e (b) inversamente proporcionais e substitua os quadradinhos por números.

a)

81	90	99	108	117
■	■	■	■	■

$k = 3$

b)

2	3	4	5	6
■	■	■	■	■

$k = 60$

Agora crie dois quadros: um com seqüências diretamente proporcionais e outro com seqüências inversamente proporcionais, indicando a constante de proporcionalidade.

Fonte - LD 2

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tanto os dados referentes à avaliação global das duas obras feitas pelo PNLD 2008, quanto os dados relativo ao tema raciocínio proporcional produzidos por este estudo, revelam que os dois livros didáticos analisados possuem a mesma essência metodológica de ensino-aprendizagem. São livros expositivos que priorizam a aquisição de procedimentos e algoritmos, trazem exercícios que enfatizam o uso da manipulação simbólica da álgebra em detrimento de outras características importantes como modelagem, generalização e observação de regularidades.

No entanto, o capítulo de proporções do LD 2 avança em relação ao LD 1 na exposição do conteúdo, enfatizando a natureza multiplicativa das relações proporcionais por meio de esquemas. O LD 2 também permite que o professor trabalhe de modo conceitual os tópicos abordados através dos desafios que compõem o capítulo, embora o restante dos tópicos sejam trabalhados de forma procedimental e pouco dialogada.

Silva (2012) concorda com o pensamento de Skemp (1976) quando nos alerta que devemos tomar devidas precauções para não tornar o conhecimento matemático tecnicista e algoritmizado, mas sermos mais profundos com respeito à exploração dos conceitos e dos porquês que os envolvem. A sugestão dada pela pesquisadora é o uso da História da Matemática, seja por meio de anedotas ou biografias que humanizem este saber. Acrescentamos a importância do uso de outras tendências como Tecnologias da Informação e Comunicação e Etnomatemática. Recursos que os livros didáticos analisados não lançaram mão.

Com relação ao raciocínio proporcional, os dois livros carecem de atividades mais abertas que favorecem a reflexão e o uso da argumentação. Por fim, vale lembrar que o livro didático é uma ferramenta de apoio ao professor. Cabe a este conduzir sua aula de modo equilibrado visando uma compreensão relacional dos tópicos bem como momentos de prática sistemática para aquisição de técnicas e procedimentos.

REFERÊNCIAS

- BARROSO, J. M. et al (Ed.). **Projeto Araribá: matemática**, 6ª série. São Paulo: Moderna, 2006. 326 p. Obra coletiva.
- BEN-CHAIM, D.; ILANY, B.; KERET, Y. “Atividades investigativas autênticas” para o ensino de razão e proporção na formação de professores de matemática para os níveis elementar e médio. **Bolema**, Rio Claro, SP , v. 21, n. 31 , p. 129-159, dez. 2008. Tradução de Antonio Vicente Marafioti Garnica.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1997.
- _____. Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano) - PNLD 2008. Brasília 2007, 152 p.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade: Ensino fundamental**, 6ª série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005. 288 p.
- LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- PONTE, J. P.; SERRAZINA, L.; GUIMARÃES, H. M.; BREDAS, A.; GUIMARÃES, F.; SOUSA, H.; MENEZES, L.; MARTINS, M. E. G.; OLIVEIRA, P. A. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Editorial do Ministério da Educação, DGIDC, Lisboa, 2007.
- SANTOS, V. M. P. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ - Projeto Fundão, 1997.
- SILVA, D. P. C. **Alguns marcos históricos relativos a um conceito matemático elementar: um estudo sobre proporções**. 2012. Dissertação (Mestrado em Matemática - Formação Contínua de Professores) - Universidade do Minho, Minho.
- SILVESTRE, A. I. Desenvolver o raciocínio proporcional: Contributo de uma abordagem de ensino exploratória. In: FERNANDES, J. A., MARTINHO, M. H., TINOCO, J.; VISEU, F. (Orgs.). **Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Braga: APM & CIEd da Universidade do Minho, 2013, p. 11 - 29.
- SILVESTRE, A. I. PONTE, J. P. **Raciocínio proporcional: uma perspectiva atual**. **Educação e Matemática**. Revista da associação de professores de matemática, maio - jun., 2013, p. 17 - 20.
- SKEMP, R. R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics Teaching**, 77, p. 20-26, 1976.

RECEBIDO EM: 10 set. 2016

CONCLUÍDO EM: 02 out. 2016

