

UMA REVISÃO DE LITERATURA SOBRE ESTUDOS RELATIVOS À PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

A LITERATURE REVIEW ON STUDIES CONCERNING THE LIKELIHOOD GEOMETRIC

DENISE RITTER*
ANA MARLI BULEGON**

RESUMO

Neste trabalho apresentamos os resultados de uma revisão de literatura referente ao ensino de Probabilidade Geométrica. O objetivo dessa revisão foi mapear trabalhos que abordam esse tema e identificar as abordagens, os recursos e as atividades propostas sobre a Probabilidade Geométrica em periódicos, monografias e dissertações no período de 1982 a 2016. Os trabalhos foram selecionados inicialmente pela presença, no título da obra, das palavras-chave Probabilidade e/ou Jogo dos discos. Posteriormente, selecionamos os que se referiam à Probabilidade Geométrica. Verificamos que há maior concentração das publicações nas atividades do tipo situações-problema e exercícios de lápis e papel e nas atividades práticas (uso de materiais recicláveis e jogos lúdicos), seguido de um número reduzido de pesquisas que utilizam recursos didáticos como as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e propostas de ensino inovadoras. Assim, pode-se dizer que o “Ensino de Probabilidade Geométrica” apresenta ainda muitas possibilidades de pesquisa e que os materiais aqui referidos podem servir de apoio para professores que desejam trabalhar com esse tipo de atividade em sala de aula, uma vez que é baixo o número de publicações sobre esse tema.

Palavras-chave: Probabilidade. Ensino de Probabilidade Geométrica. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

In this paper we present the results of a literature review regarding the Geometric Probability of education. The objective of this review was map the studies that address this issue and identify approaches, resources and the proposed activities on the Geometric Probability of periodicals, monographs and dissertations from 1982 to 2016. The works were initially selected by the presence, in the title of work, keywords Probability and/or game discs. Subsequently, we selected those referred to Geometric Probability. We found that there is a higher concentration of publications in the activities of kind situations problem and writing exercises and role and in practical activities (use of recyclable materials and educational games), followed by a very low number of studies using teaching resources such as Information Technology and Communication Technology (ICT) and innovative teaching proposals. Thus, it can be said that the “Geometric Probability Education” still has many research possibilities and the materials mentioned here may provide of support for the teachers who wish to work with this kind of activity in the classroom, since it is low the number of publications on this topic.

Keywords: Probability. Geometric Probability of education. Mathematics Teaching.

* Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática. Centro Universitário Franciscano. E-mail: deniseritter10@gmail.com.

** Doutora em Informática na Educação (UFRGS), Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Centro Universitário Franciscano. E-mail: anabulegon@unifra.br.

INTRODUÇÃO

A teoria das Probabilidades é um ramo da Matemática que apresenta aplicações em diversas áreas do conhecimento. Essa teoria cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios, os quais se fazem presentes em diversas situações cotidianas, como por exemplo no resultado de uma loteria, no lançamento de um dado não viciado, em um time que ganhou um jogo ou um campeonato, entre outros. Um experimento aleatório (fenômeno) é todo experimento que, mesmo repetido várias vezes sob condições idênticas, não apresenta o mesmo resultado. Pelo fato de não sabermos o resultado exato de um fenômeno aleatório é que buscamos os resultados prováveis, as chances, as Probabilidades de ocorrência de um determinado resultado.

O conhecimento de Probabilidade é essencial na análise e interpretação de situações e na tomada de decisões no dia-a-dia. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 2000), juntamente com as matrizes do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (BRASIL, 1998), destacam a importância dos estudantes dessa modalidade de ensino conseguirem utilizar os conhecimentos probabilísticos na resolução de situações-problema cotidianos.

Desta forma, torna-se clara a relevância do estudo do conteúdo de Probabilidade e se faz necessário refletir sobre como se desenvolve seu ensino. Segundo Gondim (2013) é preciso uma abordagem diferente para o ensino desse tema, não utilizando somente os problemas clássicos que envolvem os jogos de azar, mas trabalhar também com problemas geométricos e usar experimentos práticos que podem ser aplicados em sala de aula, a fim de potencializar a aprendizagem desse conteúdo. A Probabilidade Geométrica, segundo Tunala (1992), busca trabalhar os conceitos probabilísticos através de relações entre comprimento de segmentos, áreas de figuras planas e volumes de sólidos, estabelecendo conexões entre Probabilidade e Geometria.

O conteúdo acima descrito normalmente não é trabalhado nas aulas de Matemática no Ensino Médio e nem abordado nos livros didáticos, ressaltando, desta forma, a importância de um mapeamento sobre as produções já existentes, podendo servir de base para a busca de textos sobre o tema, os quais poderão ser utilizados como material de apoio aos professores que desejam trabalhar esse conteúdo em sala de aula, além de ser um conhecimento importante para o desenvolvimento de futuras pesquisas nessa área.

Neste sentido, esta revisão buscou mapear as publicações referentes ao tema Probabilidade Geométrica, pesquisando-a em artigos de revistas, anais de eventos, oficinas, minicursos, monografias e dissertações, no período de 1982 a 2016, identificando as propostas, abordagens, recursos e atividades de ensino apresentadas. No entanto, este trabalho compreende uma amostra das publicações que se encontram na literatura e de modo algum tenciona ser completo. Além disso, não faz parte dos objetivos dessa revisão analisar criticamente as publicações.

As buscas ocorreram de forma online nas plataformas de bases de dados científicos, como Portal de Periódicos da CAPES, páginas dos programas de Pós-Graduação, entre outros. Foram revisados um total de 24 trabalhos entre dissertações, monografias, artigos científicos, minicursos e oficinas. Os trabalhos foram selecionados, inicialmente, pela presença no título da obra, das palavras-chave Probabilidade e/ou Jogo dos discos. Posteriormente, dentre esses trabalhos foram selecionados os que se referiam à Probabilidade Geométrica. Na próxima seção apresentaremos alguns aspectos teóricos e conceituais sobre Probabilidade Geométrica.

O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA NO ENSINO MÉDIO

No mundo atual, as muitas aplicações da Probabilidade refletem a necessidade de incluir esse conteúdo nos currículos de Matemática, como apontam Woodward e Hoehn (1994). Para esses autores, a escola oferece para a maioria dos estudantes, um contato mínimo com esse tema, focando apenas em conceitos elementares de Probabilidade, relacionados fortemente ao uso de dados, moedas e baralhos.

Segundo Woodward e Hoehn (1994), para que os estudantes aprendam mais sobre esse tópico tão importante, é necessário ensinar ou reforçar conceitos de Probabilidade relacionando-os com outros conteúdos como a Geometria, que é adequada pelos seguintes fatores: os problemas de Geometria que envolvem Probabilidade são interessantes e podem servir de motivação para os estudantes, pois eles terão oportunidade de aplicar, de um modo diferente, os conceitos de Geometria que já dispõem, além de terem uma melhor compreensão da Probabilidade ao verem esses conceitos aplicados ao contexto geométrico.

Segundo Caetano e Paterlini (2013), a Probabilidade Geométrica nem sempre é abordada em aulas de Matemática da Educação Básica. Na escola, este conteúdo frequentemente se limita a contagem de casos favoráveis e casos possíveis. Wagner (1997, p. 28) explica que “no 2º grau, o ensino de probabilidades se restringe ao caso finito e os problemas são basicamente de contagem de casos favoráveis e casos possíveis.”

Caetano e Paterlini (2013) ressaltam que o estudo de Probabilidade Geométrica permite aos estudantes uma associação entre os estudos de Probabilidade e conhecimentos geométricos. Freitas (2009) complementa que a Probabilidade Geométrica utiliza os conceitos de Geometria trabalhados desde o Ensino Fundamental para desenvolver as noções de Probabilidade, proporcionando ao aluno a construção de importantes conceitos.

Considerando a importância de uma abordagem do conteúdo de Probabilidade voltada para questões geométricas, nos deparamos com um problema: a insuficiência dos livros didáticos. Silva, Campos e Itacarambi (2008) apontam que o conceito de Probabilidade é apresentado nos livros didáticos, quase exclusivamente com o uso de baralhos, moedas e dados. Lima (2001) realizou uma análise de doze coleções de livros didáticos de Matemática utilizados nas três séries do Ensino Médio no Brasil, encontrando o tema Probabilidade Geométrica em apenas um deles: no volume 2, versão Beta, do livro de Bianchini e Paccola. Para esse autor (2001, p. 97), “Este assunto, raramente abordado no Ensino Médio, é uma introdução apropriada à noção de probabilidade contínua e proporciona exemplos bastante motivadores.”

Na Probabilidade Geométrica, segundo Gondim (2013), se faz necessário utilizar noções geométricas para resolver problemas probabilísticos. As noções mais utilizadas para resolver esse tipo de problema são comprimento, área e volume. Tunala (1992, p. 16) comenta que

Alguns problemas de probabilidade são equivalentes à seleção aleatória de pontos em espaços amostrais representados por *figuras geométricas*. Nos modelos em apreço, a probabilidade de um determinado evento se reduz à relação - ou ao seu limite, caso exista - entre *medidas geométricas homogêneas*, tais como comprimento, área ou volume.

O tópicos de Probabilidade Geométrica, segundo Caetano e Paterlini (2013), normalmente não é trabalhado nas aulas de Matemática no Ensino Médio. Carvalho e Santos (2013, p. 2041) ressaltam que “usar figuras geométricas para o ensino de Probabilidade é um diferente método de ensino, mais diversificado e menos tradicional, acarretando assim mais entusiasmo por parte dos alunos, pois ao passo de estarem aprendendo, estarão também revendo conceitos de área das figuras geométricas.” Na próxima seção, apresentaremos um breve relato dos trabalhos encontrados.

PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

A busca pelas produções que tratam sobre Probabilidade Geométrica iniciou-se com a seleção das bases de dados que seriam consultadas. Nessa seleção foram consultados periódicos digitais (Quadro 1) e impressos da área de Educação e Ensino de Matemática, do Portal de Periódicos da CAPES, Google Acadêmico e sites de Programas de Pós-Graduação (Quadro 2) do Brasil, em busca de artigos, minicursos, oficinas, monografias, dissertações e teses que abordam o referido tema, no período de 1982 a 2016.

Os trabalhos foram selecionados, inicialmente, por apresentarem, no título da obra, as palavras-chave Probabilidade e/ou Jogo dos discos. Posteriormente, foram escolhidos os trabalhos que se referiam à Probabilidade Geométrica. Nessa busca foram encontrados um total de 24 trabalhos, 11 na forma de dissertações, 1 monografia, 8 artigos científicos, 2 minicursos e 2 oficinas, cujos resultados encontram-se descritos a seguir.

ARTIGOS, OFICINAS E MINICURSOS REVISADOS

A busca pelos artigos foi feita em periódicos científicos (Quadro 1), disponíveis online, sobre o tema Probabilidade Geométrica. A escolha dos periódicos consultados teve como critério a classificação Qualis Capes (2014) da área de Ensino de Matemática. Ressalta-se que algumas edições dos periódicos citados que não estavam disponíveis na versão online, foram consultados na versão impressa. Também foram consultados o Portal de Periódicos da CAPES e o Google Acadêmico, nos quais foram encontrados artigos, minicursos e oficinas publicados em anais de eventos.

Quadro 1 - Periódicos consultados.

Periódico	Período da consulta	Endereço
Aprendizagem Significativa em Revista	2011-2015	http://www.if.ufrgs.br/ast/
BOLEMA	2008-2016	http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema
Boletim GEPEM	1983-2016	http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem
Ciência e Educação	1998-2016	http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_serial&pid=1516-7313&nrm=iso&rep=&lng=pt
Ciência e Ensino	1996-2015	http://prc.ifsp.edu.br/ojs/index.php/cienciaeensino
Educação Matemática em Foco	2012-2013	http://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/?page_id=53

Educação Matemática em Revista	2009-2016	http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr
Educação Matemática em Revista - RS	2009-2015	http://sbemrs.org/revista/index.php/2011_1/index
Educação Matemática Pesquisa	1999-2016	http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/index
Ensaio: pesquisa em educação em Ciências	1999-2015	http://www.portal.fae.ufmg.br/seer/index.php/ensaio
Enseñanza de las Ciências	2009-2016	http://ensciencias.uab.es/
Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista	2011-2015	http://srvapp2s.urisan.tcche.br/seer/index.php/encitec
Experiências em Ensino de Ciências	2006-2016	http://if.ufmt.br/eenci/
Investigação em Ensino de Ciências -IENCI	2010-2016	http://www.if.ufrgs.br/ienci/
Modelagem na Educação Matemática	2010	http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/index
Perspectivas em Educação Matemática	2014-2015	http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/issue/view/45
Praxis Educativa	2006-2016	http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa
Professor de Matemática On Line	2013-2015	http://pmo.sbm.org.br
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia	2008-2015	http://revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/rbect
Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC	2006-2015	http://www.rematec.net.br
Revista de Ensino de Ciências e Matemática - RenCiMa	2010-2016	http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/index
Revista de Educação, Ciências e Matemática	2011-2016	http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm
Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto	2011	http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat
Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo	2012-2016	http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP
Revista do Professor de Matemática - RPM	1982-2015	http://www.rpm.org.br/
Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT	2006-2016	https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat
Revista Eletrônica de Educação	2007-2016	http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/issue/current
Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica	2011-2016	http://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect
Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco	2012-2015	http://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula
Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - RIPEM	2011-2016	http://www.sbem.com.br/ojs/index.php/ripem/index
Revista Paranaense de Educação Matemática	2012-2016	www.fecilcam.br/rpem
Vidya	2000-2015	http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA

Fonte: Construído pelas autoras.

A escolha desses periódicos deve-se a sua relação com a área de ensino de Matemática e conseqüentemente acerca do tema pesquisado. Os trabalhos foram selecionados, inicialmente, pela

presença no título da obra, das palavras-chave Probabilidade e/ou Jogo dos discos. Posteriormente, dentre esses trabalhos selecionamos os que se referiam à Probabilidade Geométrica. A seguir são descritos os autores e títulos dos artigos, minicursos e oficinas encontrados no mapeamento realizado e um breve relato dos trabalhos e discussões.

Tunala (1992), em seu artigo “*Determinação de Probabilidades por métodos geométricos*”, teve por objetivo caracterizar o que vem a ser Probabilidade Geométrica e, por meio dos seus métodos, solucionar problemas, como o famoso Problema da Agulha de Buffon e o Problema do Encontro. O problema da Agulha de Buffon foi estudado pelo matemático e filósofo francês Georges Louis Leclerc, conhecido como Conde de Buffon e publicado no livro *Essai d’Arithmétique Morale*. Essa obra, segundo Caetano e Paterlini (2013), é o primeiro tratado conhecido sobre Probabilidade Geométrica. Tunala apresenta alguns problemas de Probabilidade nos quais, para sua solução, os métodos geométricos são os mais indicados.

Tendo como ponto de partida o problema de um atirador, citamos Wagner (1997) e o artigo “*Probabilidade Geométrica: O problema do macarrão e um paradoxo famoso*”. O autor inicia a discussão sobre Probabilidade Geométrica destacando conceitos de Probabilidade que envolvem comprimento e área de figuras planas. Também propõem dois problemas de Probabilidade Geométrica: o problema do Macarrão e o famoso paradoxo de Bertrand. Esse paradoxo recebe essa denominação pois para cada maneira possível de resolvê-lo, é encontrada uma resposta diferente. Wagner apresenta três resoluções para esse problema e uma nota histórica sobre Bertrand.

A problemática do Jogo dos discos é abordada por Paterlini (2002) em seu artigo “*O problema do jogo dos discos*”. Esse jogo envolve o lançamento de discos em uma superfície formada por polígonos regulares iguais. Essa problemática é abordada por meio do problema de uma escola que, na preparação da feira de ciências, solicita aos estudantes que criem um jogo para arrecadar fundos. Os estudantes, analisando o piso do local onde seria realizada a feira, pensam no Jogo dos discos, sendo que o problema trata de encontrar o diâmetro do disco que deveria ser utilizado para atingir uma Probabilidade determinada, e também estimar o lucro médio que a escola teria. O autor ressalta que podem-se considerar pavimentações de outros tipos para o piso em que serão lançados os discos.

O artigo “*Probabilidade Geométrica: um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri*”, de autoria de Coutinho (2005), propõe um estudo sobre as condições didáticas que podem ser colocadas em funcionamento quando o primeiro contato com situações aleatórias é feito por um processo de modelagem, utilizando o modelo de Urna de Bernoulli. O software Cabri-géomètre II é utilizado como um ambiente informatizado para a simulação do jogo “Franc-Carreau”. Os autores perceberam que as atividades propostas favorecem a construção da relação entre a ideia intuitiva de Probabilidade e a frequência estabilizada como medida aproximativa dessa Probabilidade.

Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007), no minicurso “*Utilização do conceito de Probabilidade Geométrica como Recurso Didático no Ensino de Estatística*”, tiveram por objetivo utilizar recursos pedagógicos para motivar e capacitar os professores, a fim de que estes contribuam na construção dos conceitos probabilísticos de seus estudantes. Para tanto, propuseram uma sequência de atividades por meio das quais foram trabalhadas as noções de Probabilidade Geométrica e Probabilidade Frequentista¹. Os autores concluíram que a sequência de atividades propostas possibilitou, além de trabalhar os conceitos de Probabilidade Geométrica e Frequentista, explorar outros diferentes conceitos, tais como, amostra, estimativa, aleatoriedade e simulação.

¹ A Probabilidade Frequentista se caracteriza pelo valor matemático da Probabilidade ser resultante do processo de experimentação, em que é observado a frequência com que os fatos ocorrem.

Buscando detectar os conhecimentos de estudantes universitários sobre Probabilidade, Silva, Campos e Itacarambi (2008), no artigo *“Probabilidade e Geometria: uma investigação com alunos universitários”*, realizaram uma avaliação diagnóstica e propuseram a esses estudantes situações-problema utilizando o Geoplano. Os autores concluíram que os estudantes têm uma ideia do conceito de Probabilidade fortemente ligada a situações cotidianas. Também perceberam que a Geometria não representou um obstáculo para os estudantes e que as situações-problema propostas possibilitaram desenvolver os conceitos probabilísticos utilizando noções geométricas.

Ferreira et al. (2010), no minicurso *“Atividades didáticas para o ensino de Probabilidade Geométrica”* tiveram por objetivo apresentar o conceito de Probabilidade Geométrica por meio de discussões teóricas e do desenvolvimento de três sequências de ensino. Os autores acreditam que estas sequências possibilitam o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes e a discussão de aspectos teóricos. Também ressaltam que elas auxiliam para tornar as aulas mais dinâmicas e estimulam a participação dos estudantes.

Junqueira, Campos e Watabe (2011), na oficina *“Uma sequência de ensino em Probabilidade Geométrica: o jogo da roleta”*, trabalharam com uma sequência de ensino que enfocou a Probabilidade Geométrica utilizando a Probabilidade Frequentista, articulada a conceitos geométricos elementares. Os autores acreditam que a abordagem frequentista de Probabilidade permite iniciar o pensamento probabilístico; também ressaltam que a Probabilidade Geométrica possibilita relacionar os conceitos geométricos e as noções de Probabilidade que, juntamente com a utilização de jogos, favorecem o aprendizado.

O objetivo de Neves, Neto e Mendonça (2011), na oficina *“Uma Sequência de Ensino Probabilidade Geométrica com o uso do Geoplano”*, foi apresentar uma sequência de ensino para abordar conceitos geométricos e probabilísticos utilizando o Geoplano. As atividades da sequência foram baseadas em Silva, Campos e Itacarambi (2008), sendo incluídas mais três atividades elaboradas pelos autores para trabalhar as noções de evento certo e de Probabilidade condicional.

O objetivo de Carvalho e Santos (2013), no artigo *“Atividades sugeridas para o ensino de Probabilidade Geométrica no Ensino Médio”*, foi propor atividades para o ensino de Probabilidade Geométrica no Ensino Médio. Algumas atividades propostas foram baseadas em trabalhos existentes na literatura, mas a maioria foi idealizada pelos autores. Estes acreditam que as atividades propostas irão contribuir para o ensino e aprendizagem de Probabilidade, tendo como aliada a Geometria. Também esperam despertar o interesse dos estudantes e que eles percebam que a Probabilidade se faz presente no cotidiano.

Júnior et al. (2013), em seu artigo *“O ensino de Probabilidade a partir da Geometria para alunos do Ensino Médio: o Jogo da Roleta”*, utilizaram os conceitos de Geometria e a ludicidade do jogo da roleta no desenvolvimento de uma sequência de ensino, com estudantes de Ensino Médio, buscando auxiliá-los na compreensão dos conceitos básicos de Probabilidade. Os autores concluíram que a sequência didática contribui na compreensão dos conceitos de Probabilidade, que os estudantes gostaram de trabalhar Probabilidade juntamente com Geometria e que a utilização de jogos motivou-os, despertando seus interesses.

Lopes, Salvador e Filho (2013), em seu artigo *“O ensino de Probabilidade Geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas”*, apresentam uma proposta didático-pedagógica para o ensino do conceito de Probabilidade Geométrica por meio do uso de fractais. Os autores propõem problemas usando fractais, sendo que para sua solução são sistematizados os conceitos de Probabilidade Geométrica. Eles colocam que a utilização dos fractais poderá motivar os estudantes para

o estudo do conceito de Probabilidade, tornando-o atraente e facilitando o desenvolvimento do seu raciocínio lógico. Também acreditam que os problemas propostos podem servir de subsídio para professores que desejam trabalhar o conceito de Probabilidade Geométrica no Ensino Médio.

MONOGRAFIAS E DISSERTAÇÕES REVISADAS

A busca pelas dissertações deu-se por meio da consulta às páginas dos Programas de Pós-Graduação apresentados no Quadro 2. A escolha por esses programas deve-se às possibilidades de pesquisa sobre a temática Probabilidade Geométrica. Na busca realizada no Google Acadêmico foi encontrada também uma monografia.

Quadro 2 - Programas de Pós-Graduação consultados

Programa	IES	UF	Período da consulta	Link
Educação em Ciências e Matemática	IFES	ES	2013-2016	http://educimat.vi.ifes.edu.br/
Educação em Ciências e em Matemática	UFPR	PR	2011-2015	http://www.ppgecm.ufpr.br/
Educação em Ciências e Matemática	UFG	GO	2009-2015	http://www.planetario.ufg.br
Educação em Ciências e Matemática	PUCRS	RS	2004-2016	http://www.pucrs.br/prppg/educem
Educação em Ciências e Matemáticas	UFPA	PA	2003-2016	http://www.ppgecm.ufpa.br/
Educação Matemática	UESC	BA	2014-2016	http://www.uesc.br/cursos/pos_graduacao/mestrado/ppgem/index.php?item=conteudo_apresentacao.php
Educação Matemática	UFJF	MG	2011-2016	http://www.ufjf.br/mestradoeducmat/
Educação Matemática	UFOP	MG	2010-2016	http://www.ppgedmat.ufop.br
Educação Matemática	UFMS	MS	2010-2016	http://www.edumat.ufms.br/
Educação Matemática	USS	RJ	2009-2016	http://www.uss.br/posgraduacao/strictoSensu/educacaomatematica
Educação Matemática	PUCSP	SP	2006-2014	http://www4.pucsp.br/pos/edmat/
Educação Matemática	UNIBAN	SP	2008-2015	http://www.pgsskroton.com.br/anhanguera/programa.php?programa=17
Educação Matemática e Ensino de Física	UFMS	RS	2015	http://coral.ufsm.br/ppgemef/
Educação Matemática e Tecnológica	UFPE	PE	2010-2014	http://ufpe.edumatec.net/
Ensino de Ciências e Matemática	UFAL	AL	2012-2014	http://www.ufal.edu.br/ppgecim
Ensino de Ciências e Matemática	UEPB	PB	2010-2014	http://ppgecm.uepb.edu.br/index.php?option=com_content&view=article&id=53&Itemid=49
Ensino de Ciências e Matemática	CEFET/RJ	RJ	2007-2015	http://dippg.cefet-rj.br/ppcem
Ensino de Ciências e Matemática	UFPEL	RS	2013-2015	http://ppgecm.ufpel.edu.br/
Ensino de Ciências e Matemática	ULBRA	RS	2003-2015	http://www.ulbra.br/ppgecim

Ensino de Ciências e Matemática	FUFSE	SE	2010-2016	https://www.sigaa.ufs.br/sigaa/public/programa/portal.jsf?lc=pt_BR&id=224
Ensino de Ciências e Matemática	IFSP	SP	2016	http://mestradoemensino.spo.ifsp.edu.br/
Ensino de Ciências e Matemática	UNIFRA	RS	2007-2016	http://www.unifra.br/site/pagina/conteudo/51#
Ensino de Ciências Exatas	UNIVATES	RS	2009-2016	http://www.univates.br/ppgece
Ensino de Ciências Exatas	UFSCAR	SP	2011-2015	http://www.ppgece.ufscar.br
Ensino de Ciências Naturais e Matemática	UFRN	RN	2004-2016	http://www.posgraduacao.ufrn.br/ppgecnm
Ensino de Ciências Naturais e Matemática	UNICENTRO	PR	2016	http://www2.unicentro.br/ppgen/
Ensino de Ciências Naturais e Matemática	FURB	SC	2011-2016	http://www.furb.br/web/2023/cursos/programa-pos-graduacao/ensino-de-ciencias-naturais-e-matematica/curso-de-mestrado/processo-seletivo
Ensino de Matemática	UFRJ	RJ	2008-2015	http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/mestrado.htm
Ensino de Matemática	UFRGS	RS	2007-2016	http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem/
Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática	UFABC	SP	2012-2014	https://sites.google.com/site/pehfcml/
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	Instituições Públicas de Ensino Superior Brasileiras	RS	2012-2015	http://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes

Fonte: Construído pelas autoras.

A seguir, serão expostas as monografias e dissertações encontradas nesta revisão de literatura, bem como um breve relato dos trabalhos revisados sobre Probabilidade Geométrica. A maioria das dissertações é do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional).

O objetivo de Freitas (2009), em sua monografia *“Um Portal para o Cálculo de Probabilidades Geométricas”*, foi o desenvolvimento de um portal *web* com o conteúdo de Probabilidade Geométrica, que pudesse servir de referência para pesquisa de estudantes e professores. O conteúdo do portal englobava uma breve retrospectiva histórica do surgimento da Probabilidade; algumas definições de Probabilidade e Probabilidade Geométrica; atividades lúdicas, como jogos eletrônicos, jogo dos discos e tiro ao Alvo; problemas, como o do Macarrão e da Agulha de Buffon e sugestões de materiais para consulta sobre esse tema em *links* úteis. O autor acredita que o Portal constitui-se numa importante fonte de pesquisa para estudantes e professores no estudo da Probabilidade, em especial a Probabilidade Geométrica.

Buscando explorar os aspectos históricos, conceituais e atividades aplicáveis no Ensino Básico, Gondim (2013), em sua dissertação *“Probabilidade e Probabilidade Geométrica: conceitos e exemplos aplicáveis no Ensino Básico”*, teve por objetivo introduzir conceitos básicos de Probabilidade e Probabilidade Geométrica visando abordar situações possíveis de serem utilizadas nos anos finais do Ensino Médio, além de buscar a resolução de problemas distintos dos normalmente trabalhados em sala de aula. As atividades propostas na sequência didática buscaram explorar os conceitos de Probabilidade, Probabilidade Condicional e Probabilidade Geométrica, utilizando como recursos

experimentos, jogos e desafios. A autora acredita que as atividades propostas podem contribuir para uma aprendizagem mais significativa dos conceitos de Probabilidade, visto que este possui um vasto campo de exploração e aplicações.

Kondarzewski (2013), na dissertação *“Probabilidade Geométrica e Grandes Números”* aborda a Probabilidade nas visões frequentista, axiomática, geométrica e por contagem. O autor apresenta as definições, propriedades e exemplos e também aborda a Lei dos Grandes Números de Bernoulli, propondo atividades práticas baseadas nesta Lei. Traz o conceito e discute problemas de Probabilidade Geométrica, propondo atividades práticas, culminando sua dissertação com o cálculo da área sob a curva do seno, sem a utilização do cálculo integral.

Lima (2013), em sua dissertação *“O Ensino de Probabilidade com o uso do Problema do Jogo dos Discos”*, apresenta uma proposta didática para introduzir o conceito de Probabilidade a estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, tendo por base o Problema do Jogo dos Discos. Com os estudantes organizados em grupos, esse jogo foi proposto para que tentassem encontrar uma forma de resolvê-lo, com o mínimo de ajuda do professor e usando sua criatividade. O autor coloca que os estudantes tiveram dificuldade de resolver o problema, pois não estavam acostumados com atividades investigativas, mas conseguiram chegar ao resultado utilizando a experimentação concreta do jogo. A proposta didática se mostrou eficiente, tornando as aulas motivadoras, estimulando a criatividade dos estudantes no aprendizado de Probabilidade.

Silva (2013), na dissertação *“Discutindo Probabilidade Geométrica no Ensino Básico”*, discorre sobre a possibilidade de conexão entre Probabilidade e Geometria, ressaltando tópicos de cunho histórico, conceitual e de aplicações da Probabilidade Geométrica. O autor objetiva que o trabalho possa oferecer subsídios para que estudantes compreendam as noções de Probabilidade acrescidas de questões que relacionam noções de Geometria. Dessa forma, propõem problemas de Probabilidade Geométrica, sugerindo possíveis investigações a serem realizadas com o software GeoGebra, além de experimentos práticos para auxiliar na compreensão e resolução destes. O autor ressalta que acredita ser possível trabalhar o conceito de Probabilidade Geométrica no Ensino Médio.

Após um breve resumo histórico e teórico sobre Probabilidade, Viana (2013), na dissertação *“Estudo e Aplicações de Probabilidade Geométrica e Paradoxos”*, analisa o problema da Agulha de Buffon e suas contribuições na medicina para o desenvolvimento da tomografia computadorizada. Apresenta uma forma de calcular áreas de figuras não elementares através do Método de Monte Carlo e, utilizando a Probabilidade Geométrica, também aborda alguns paradoxos probabilísticos.

A dissertação de Alcântara (2014) *“Probabilidade Geométrica em Lançamentos Aleatórios”* aborda os aspectos históricos desde o surgimento, o desenvolvimento e a evolução do estudo de Probabilidade Geométrica. Também apresenta um levantamento histórico sobre o Conde de Buffon e o Jogo dos Ladrinhos. Destaca os conceitos de Probabilidade Geométrica, dando ênfase ao Jogo dos discos. O autor ressalta que nesse jogo pode-se usar qualquer polígono regular como superfície, abrangendo diferentes tipos de pavimentações.

Moraes (2014), em sua dissertação *“Probabilidade Geométrica e Aplicações”* aborda o conceito de Probabilidade Geométrica juntamente com exemplos e suas respectivas soluções. Nos exemplos, elenca problemas como do encontro, do Macarrão, da Agulha de Buffon e traz suas aplicações. Discute também o cálculo de medidas de uma bacia hidrográfica, através da generalização de LaPlace

para o problema da Agulha de Buffon. O autor acredita que problemas de Probabilidade Geométrica poderão despertar a curiosidade dos estudantes e professores, contribuindo assim, para o ensino desse conteúdo.

O objetivo principal de Neto (2014), em sua dissertação “*Combinatória e Probabilidade com Aplicações no Ensino de Geometria*” foi fornecer sugestões para professores de Matemática da escola básica, para elaboração de problemas que reúnem conteúdos distintos como Combinatória e Probabilidade. Para tanto, apresenta uma sequência didática de problemas que relacionam os princípios elementares de Combinatória e Probabilidade aos conceitos básicos de Geometria Plana, Geometria Espacial e Geometria Analítica. A sequência didática foi aplicada a turmas de terceiro ano do Ensino Médio e, segundo o autor, despertou o interesse e participação dos estudantes, possibilitando sanar dúvidas e dificuldades referentes a conteúdos diversos.

Silva (2014), na dissertação “*Probabilidade Geométrica: Generalização do problema da Agulha de Buffon e Aplicações*” apresenta a definição de Probabilidade Geométrica, exemplos e aplicações, sendo um dos problemas propostos do ENEM (2001). O autor aborda os problemas da Agulha de Buffon e de LaPlace juntamente com suas resoluções. Também destaca as aplicações do problema da Agulha de Buffon, como a estimativa para o valor de π e suas contribuições para o avanço da medicina com a tomografia computadorizada.

Albuquerque (2015), em sua dissertação “*O Jogo dos Discos: o uso da experimentação como suporte para o Ensino de Probabilidade*” apresenta uma proposta de atividade para a introdução do ensino de Probabilidade por meio do Jogo dos discos. Este jogo foi proposto a estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, sendo que eles deveriam previamente definir o percentual de êxito do jogador no lançamento dos discos e, a partir deste e do tamanho dos discos, construir um tabuleiro quadriculado, além de verificar por meio da experimentação, se o percentual obtido correspondia ao pré-determinado. O autor ressalta que a atividade proposta despertou o interesse e motivou os estudantes para o estudo de Probabilidade.

Um relato histórico da Probabilidade Geométrica é apresentado por Bezerra (2015), na dissertação “*Probabilidade e Probabilidade Geométrica - além dos dados, moedas e cartas de baralho*”. O autor apresenta e define Probabilidade Geométrica e propõe alguns problemas com suas respectivas soluções, as quais exploram esse conceito. Aborda também algumas aplicações do conceito de Probabilidade Geométrica, como o Problema da Agulha de Buffon, o Jogo dos discos, o Problema do Macarrão, o Problema do Encontro, o Paradoxo de Bertrand, entre outros. Bezerra acredita que o ensino de Probabilidade Geométrica possibilita a promoção de conexões entre tópicos distintos de Matemática e a exploração, de forma mais abrangente, das Teorias das Probabilidades.

ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE O MAPEAMENTO REALIZADO

Com base no levantamento realizado, pode-se perceber que não há um grande volume de publicações sobre o tema Probabilidade Geométrica, pois foram encontrados apenas 24 trabalhos no período de 1982 à 2016. Porém, pode-se notar que é considerável o aumento de produções ao longo dos últimos anos, passando de 6 no período de 2007 a 2011 para 14 publicações no período de 2012 a 2016, como pode ser observado no Quadro 3. Isso ressalta a importância de se realizar estudos bibliográficos sobre o tema.

Quadro 3 - Número de publicações no período

Período	Número de publicações
1982 até 1986	0
1987 até 1991	0
1992 até 1996	1
1997 até 2001	1
2002 até 2006	2
2007 até 2011	6
2012 até 2016	14

Fonte: Construção das autoras.

Segundo Cury (2014), quando uma nova pesquisa é planejada, uma das preocupações do pesquisador é familiarizar-se com o que já existe na literatura sobre o tema, seja em livros, artigos, comunicações de eventos, dissertações ou teses. O mapeamento das produções pode servir de base para que professores selecionem textos sobre o tema Probabilidade Geométrica e posteriormente, utilizem-nos em atividades de ensino.

Neste sentido, as produções analisadas podem ser classificadas em duas categorias que se referem a propostas de atividades de ensino sobre Probabilidade Geométrica: 1) *Modelos de propostas de ensino* e 2) *Atividades de aprendizagem*. As duas categorias diferem quanto aos resultados de aprendizagem dos estudantes, ou seja, na categoria 1 os autores elaboraram propostas de ensino e não desenvolveram-nas com os estudantes, enquanto que na categoria 2, os autores desenvolveram as atividades propostas e coletaram dados acerca da aprendizagem dos estudantes sobre o tema.

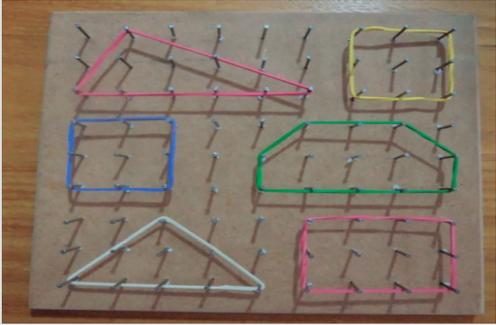
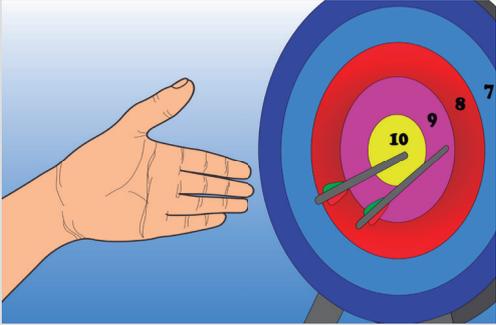
A categoria *Modelos de propostas de ensino* contempla propostas de atividades sobre Probabilidade Geométrica a serem aplicadas em sala de aula. Essas atividades tratam de problemas, experimentos práticos ou utilizam recursos tecnológicos. Na categoria *Modelos de propostas de ensino* se enquadram as seguintes publicações: Tunala (1992), Freitas (2009), Carvalho e Santos (2013), Gondim (2013), Kondarzewski (2013), Lopes, Salvador e Filho (2013), Viana (2013), Alcântara (2014), Neto (2014), Silva (2014) e Bezerra (2015).

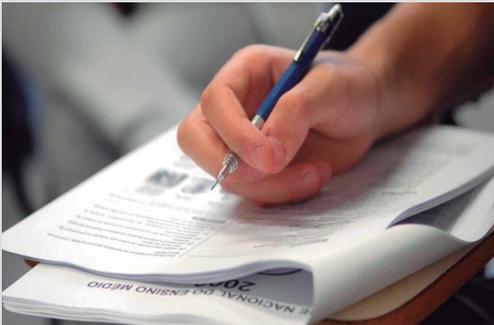
A categoria *Atividades de aprendizagem* contempla atividades sobre Probabilidade Geométrica que foram aplicadas em sala de aula, utilizando diferentes recursos. Ressalta-se que as atividades dessa categoria foram aplicadas com estudantes de Ensino Fundamental, Médio, Superior e professores (que é o caso dos minicursos e oficinas). Aqui também se enquadram as seguintes publicações: Wagner (1997), Paterlini (2002), Coutinho (2005), Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007), Silva, Campos e Itacarambi (2008), Ferreira et al. (2010), Junqueira, Campos e Watabe (2011), Neves, Neto e Mendonça (2011), Júnior et al. (2013), Lima (2013), Silva (2013), Moraes (2014) e Albuquerque (2015).

Pode-se perceber que metade das publicações podem ser classificadas como *Modelos de propostas de ensino* e a outra metade como *Atividades de aprendizagem*. Outro critério de classificação

refere-se aos recursos utilizados (Quadro 3) nessas duas classificações. Embora algumas das publicações analisadas utilizaram mais de um recurso, neste trabalho procuramos classificar os textos diante dos recursos mais evidentes em cada trabalho sobre Probabilidade Geométrica.

Quadro 4 - Recursos didáticos utilizados com maior frequência nos trabalhos pesquisados.

Recurso didático	Imagem que representa o recurso	Publicações
Geoplano	 <p>Fonte: http://goo.gl/BsKWKW</p>	Silva, Campos e Itacarambi (2008); Neves, Neto e Mendonça (2011); Carvalho e Santos (2013); Gondim (2013).
Jogo dos Discos	 <p>Fonte: http://goo.gl/nlOHUz</p>	Paterlini (2002); Coutinho (2005); Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007); Freitas (2009); Ferreira et al. (2010); Kondarzewski (2013); Lima (2013); Silva (2013); Viana (2013); Alcântara (2014); Albuquerque (2015); Bezerra (2015).
Experimentos Práticos	 <p>Fonte: http://goo.gl/vYfi8J</p>	Wagner (1997); Paterlini (2002); Coutinho (2005); Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007); Freitas (2009); Ferreira et al. (2010); Junqueira, Campos e Watabe (2011); Gondim (2013); Júnior et al. (2013); Kondarzewski (2013); Lima (2013); Silva (2013); Viana (2013); Moraes (2014); Silva (2014); Albuquerque (2015);

<p>Recursos Computacionais</p>	 <p>Fonte: http://goo.gl/MITK1y</p>	<p>Coutinho (2005); Freitas (2009); Junqueira, Campos e Watabe (2011); Lima (2013); Silva (2013);</p>
<p>Atividades (problemas, exercícios)</p>	 <p>Fonte: http://goo.gl/obP4Jc</p>	<p>Tunala (1992); Wagner (1997); Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007); Silva, Campos e Itacarambi (2008); Freitas (2009); Neves, Neto e Mendonça (2011); Carvalho e Santos (2013); Gondim (2013); Júnior et al. (2013); Kondarzewski (2013); Lima (2013); Lopes, Salvador e Filho (2013); Silva (2013); Viana (2013); Moraes (2014); Neto (2014); Silva (2014); Bezerra (2015);</p>

Fonte: Construção das autoras.

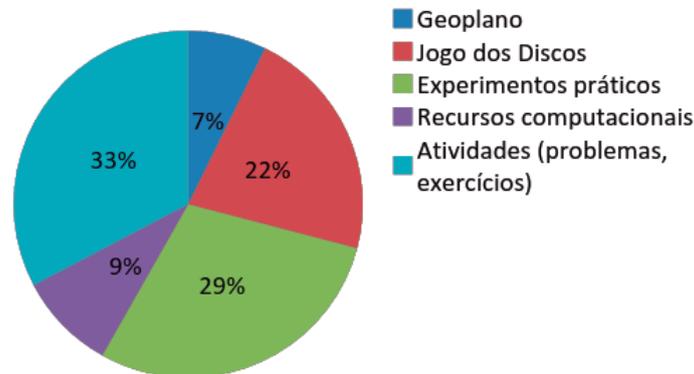
O **Geoplano** constitui-se de uma placa de madeira, marcada com uma malha quadriculada ou pontilhada. Em cada vértice dos quadrados formados fixa-se um prego, nos quais se prenderão fitas ou elásticos, usados para desenhar o Geoplano (SMOLE, 1999). O **Jogo dos Discos** é formado por um plano pavimentado por polígonos regulares, sobre o qual são lançados aleatoriamente discos. O intuito do jogo é determinar a Probabilidade do disco, depois de pousar no plano, não intersectar e nem tangenciar os lados de quadrado algum (PATERLINI, 2004). **Experimentos Práticos** são aqui entendidos como atividades experimentais manuais a serem desenvolvidas pelos estudantes. Nessa categoria também estão incluídas atividades lúdicas como os jogos. Podemos entender **Recursos Computacionais** como *softwares*, jogos digitais, *applets*. **Atividades (problemas, exercícios)** são aqui entendidos como situações-problema, exercícios de lápis e papel, que podem abranger problemas diversos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo deteve-se ao objetivo de realizar uma revisão de literatura sobre o ensino do tema Probabilidade Geométrica. Os trabalhos analisados de 1982 a 2016 referem-se a publicações em eventos (artigos, minicursos e oficinas), periódicos, monografias e dissertações.

Observa-se que existe uma preocupação dos pesquisadores em produzir material sobre o tema aqui discutido, elaborando *Modelos de propostas de ensino* e *Atividades de Aprendizagem* que possam servir de base na busca de textos sobre a Probabilidade e Probabilidade Geométrica, para professores que desejam trabalhar esse conteúdo em sala de aula.

Gráfico 1 - Recursos didáticos utilizados nos trabalhos pesquisados.



Fonte: Construção das autoras.

Dentre os recursos utilizados pode-se perceber (Gráfico 1) uma maior concentração das publicações nas atividades do tipo situações-problema e exercícios de lápis e papel (33%), seguidas de atividades práticas (29%) utilizando jogos e materiais para trabalhos manuais e lúdicos. Quanto ao uso de recursos didáticos que envolvam as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), verificou-se que 9% das bibliografias pesquisadas utilizam esses recursos em suas propostas didáticas, o que é considerado um percentual baixo diante da diversidade de materiais utilizados. Neste sentido, pode-se dizer que o tema “Ensino de Probabilidade Geométrica” com o uso de TIC não encontra-se esgotado e que há possibilidades de serem realizadas muitas pesquisas nessa área.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, R. R. C. de. **O Jogo dos Discos: o uso da experimentação como suporte para o Ensino da Probabilidade**. 2015. 50f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.
- ALCÂNTARA, R. R. **Probabilidade Geométrica em Lançamentos Aleatórios**. 2014. 43f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.
- BEZERRA, J. L. N. **Probabilidade e Probabilidade Geométrica - além dos dados, moedas e cartas de baralho**. 2015. 62f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB**. Brasília: Editoração Eletrônica, 1998.
- CAETANO, P. A. S.; PATERLINI, R. R. **Jogo dos discos: módulo I**. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.

CARVALHO, J. da S.; SANTOS, R. M. Atividades sugeridas para o ensino de Probabilidade Geométrica no Ensino Médio. In: CIBEM, VII, 2013, Montevidéu. **Anais eletrônicos...** Montevidéu: 2013. Disponível em: <<https://goo.gl/PBy7iw>>. Acesso em: 15 maio 2016.

COUTINHO, C. de Q. e S. Probabilidade Geométrica: um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 7, n. 2, p. 185-199, 2005.

CURY, H. N. Um mapeamento de artigos de Educação Matemática que apresentam as palavras “Erros”, “Dificuldades” ou “Obstáculos”. **Educação Matemática em Revista-RS**. Rio Grande do Sul, v. 2, n. 15, p. 63-71, 2014.

FERREIRA, R. dos S.; SEVERINO, V. T.; SANTOS, J. A.; KATAOKA, V. Y. Atividades didáticas para o ensino de Probabilidade Geométrica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: 2010. Disponível em: <<https://goo.gl/4TYkuq>>. Acesso em: 20 jun. 2016.

FREITAS, R. E. A. **Um Portal para o Cálculo de Probabilidades Geométricas**. 2009. 33f. Trabalho de Graduação (Engenharia da Computação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

GONDIM, H. F. **Probabilidade e Probabilidade Geométrica: conceitos e exemplos aplicáveis no Ensino Básico**. 2013. 66f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.

JÚNIOR, A. P. de O., FERNANDES, J. A.; NETO, G. A. C.; PRATA, A. N. O ensino de Probabilidade a partir da Geometria para alunos do Ensino Médio: o Jogo da Roleta. In: CIBEM, VII, 2013, Montevidéu. **Anais eletrônicos...** Montevidéu: 2013. Disponível em: <<https://goo.gl/ppRDJP>>. Acesso em: 07 maio 2016.

JUNQUEIRA, A. L. N.; CAMPOS, M. L. T de; WATABE, L. Uma sequência de ensino em Probabilidade Geométrica: o jogo da roleta. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, XIII, 2011, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: 2011. Disponível em: <<https://goo.gl/pZP2z2>>. Acesso em: 05 abr. 2016.

KATAOKA, V. Y.; RODRIGUES, A.; OLIVEIRA, M. S. Utilização do conceito de Probabilidade Geométrica como Recurso Didático no Ensino de Estatística. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, 2007, Belo Horizonte. **Anais eletrônicos...** Belo Horizonte: 2007. Disponível em: <http://https://goo.gl/DUSDZx>>. Acesso em 02 jun. 2016.

KONDARZEWSKI, L. **Probabilidade Geométrica e Grandes Números**. 2013. 47f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2013.

LIMA, E. L. **Exame de textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio**. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

LIMA, F. M. B. **O Ensino de Probabilidade com o uso do Problema do Jogo dos Discos**. 2013. 119f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

LOPES, J. M.; SALVADOR, J. A.; FILHO, I. F. B. O ensino de probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas. **Revista eletrônica de educação**. São Paulo, v. 7, n. 3, p. 47-62, 2013.

MORAES, J. A. O. de. **Probabilidade Geométrica e Aplicações**. 2014. 35f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

- NETO, V. M. **Combinatória e Probabilidade com aplicações no ensino de Geometria**. 2014. 69f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.
- NEVES, E. P.; NETO, F. C.; MENDONÇA, W de. Uma Sequência de Ensino Probabilidade Geométrica com o uso do Geoplano. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, XIII, Recife, 2011. **Anais eletrônicos...** Recife: 2011. Disponível em: <<https://goo.gl/BJAQH9>>. Acesso em: 12 abr. 2016.
- PATERLINI, R. R. O problema do jogo dos discos. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n. 48, p. 13-20, 2002.
- SILVA, A. K. G. **Probabilidade Geométrica: Generalizações do problema da Agulha de Buffon e aplicações**. 2014. 74f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.
- SILVA, V. A.; CAMPOS, T. A.; ITACARAMBI, R. R. Probabilidade e Geometria: uma investigação com alunos universitários. In SHIAM, II, 2008, Campinas. **Anais eletrônicos...** Campinas: 2008. Disponível em: <<https://goo.gl/5FzChU>>. Acesso em: 13 mar. 2016.
- SILVA, F. H. **Discutindo Probabilidade Geométrica no Ensino Básico**. 2013. 41f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013.
- TUNALA, N. Determinação de Probabilidades por métodos geométricos. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n. 20, p. 16-22, 1992.
- TUNALA, N. Determinação de Probabilidades por métodos geométricos. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n. 20, p. 16-22, 1992. SMOLE, K. **A geometria em movimento: geoplano**. "Saber +: Formação e Pesquisa", São Paulo, 1999.
- VIANA, F. C. A. **Estudo e Aplicações de Probabilidade Geométrica e Paradoxos**. 2013. 75f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.
- WAGNER, E. Probabilidade Geométrica: O problema do macarrão e um paradoxo famoso. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n. 34, p. 28-35, 1997.
- WOODWARD, E.; HOEHN, L. Probabilidade na Geometria do Segundo Grau. In: LINDQUIST, M. M.. SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

RECEBIDO EM: 15 set. 2016.

CONCLUÍDO EM: 07 nov. 2016.

