VIDYA, v. 36, n. 2, p. 441-455, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. **ISSN** 2176-4603

O CONCEITO DE PROBABILIDADE NA FORMAÇÃO DOCENTE: UMA REFLEXÃO APOIADA PELA ANÁLISE ESTATÍSTICA IMPLICATIVA*

THE PROBABILITY CONCEPT IN TEACHER TRAINING: A REFLECTION SUPPORTED BY STATISTICAL ANALYSIS IMPLICATIVE

JOSÉ LUIZ CAVALCANTE**
VLADIMIR LIRA VERAS XAVIER DE ANDRADE***
JEAN-CLAUDE RÉGNIER****

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo analisar a relação mantida por licenciandos do curso de Matemática com a Probabilidade e seus conceitos. Para esta discussão, utilizamos a Análise Estatística Implicativa que é entendida como uma ferramenta de análise de dados capaz de fornecer subsídios para refletir sobre a formação docente. Nossa questão de pesquisa está relacionada com o seguinte questionamento: como os futuros professores de Matemática se relacionam com as ideias básicas que envolvem o conceito de Probabilidade? Para responder a essa questão, nos fundamentamos em Azcárate Goded (1996) e Gonçalves (2004) que discutem o papel e a formação das concepções docentes sobre Probabilidade. Utilizando o software CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva), pudemos observar que os futuros professores demonstram fragilidade na sua relação com a Probabilidade e se aproximam de uma concepção clássica da Probabilidade.

Palavras-chave: Análise Estatística Implicativa (ASI). Formação inicial de Professores de Matemática. Conceito de Probabilidade. CHIC.

ABSTRACT

This article aims to analyze the relationship maintained by Mathematics Course students with Probability and its concepts. For this discussion we use the Statistical Analysis Implicative which is understood as a data analysis tool capable of providing subsidies to reflect on teacher training. Our research question was related to the question: how future mathematics teachers relate to the basic ideas surrounding the concept of probability? To answer this question, we have considered in Azcárate Goded (1996) and Gonçalves (2004) discuss the role and training of teaching concepts of probability. Using the software CHIC (Hierarchical Classification Implicative and Coercive) we observed that prospective teachers demonstrate weakness in its relationship with Probability and approach a classical conception of probability.

Keywords: *Statistical Analysis Implicative (ASI). Initial Training of Teachers of Mathematics. Probability concept. CHIC.*

---

* Esta pesquisa contou com o apoio da CAPES através da bolsa PVE para o programa PPGEC-UFRPE.
** Doutorando em Ensino das Ciências e Matemática pelo PPGEC- UFRPE. E-mail: luiz-x@hotmail.com
*** Doutor em Ensino das Ciências e Matemática (Brasil) e doutor em Ciências da Educação (França), Docente/orientador do PPGEC-UFRPE, professor do Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Recife, Pernambuco, Brasil. E-mail: vladiandrade@gmail.com.
**** Doutor d'État-HDR em Ciências e Teorias das Formas da Educação Université Marc Bloch Strasbourg - França (2000), Professor titular-pesquisador (Professeur des Universités classe Exceptionnelle) da Universidade de Lyon 2 (Lyon, França), orientador da Escola doutoral ED485 EPIC [Éducation, Psychologie, Information & Communication] da Universidade Lumière Lyon 2, pesquisador do laboratório Interactions, Corpus, Apprentissages, Représentations - ICAR UMR 5191 CNRS. Lyon, França. Professor convidado Universidade de Estado de Tomsk (Rússia). E-mail: jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr

INTRODUÇÃO

A formação docente tem sido objeto de discussão em todo o mundo. No Brasil, as discussões têm estado em torno da pesquisa produzida sobre o exercício da profissão docente nas suas mais diversas dimensões, dentre elas, sobre os conhecimentos necessários para esta formação, a construção da identidade profissional docente, as políticas públicas para formação docente, etc. (CAVALCANTE, 2013; NACARATO; PAIVA, 2008; SHULMAN, 2005).

Por sua vez, a Educação Estatística, entendida enquanto campo de investigação, nasce de preocupações com os processos de ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade, tanto na educação básica, como na formação ofertada para os mais diversos profissionais em nível de graduação, mantendo relações profícuas com a Educação Matemática. No Brasil, o ensino de Estatística e Probabilidade na educação básica é conduzido por professores de Matemática, a formação desses professores no que tange à Educação Estatística tem um papel relevante.

De acordo com Batanero, Godino e Roa (2004)[1], a Probabilidade, como parte essencial da Educação Estatística requer, em primeiro lugar, o reconhecimento de que os paradigmas no processo de resolução de problemas sejam diferentes daqueles utilizados na Matemática. Componentes como o acaso, a aleatoriedade dão aos conceitos relacionados com a Probabilidade características próprias que requerem um conhecimento didático específico para sua abordagem em sala de aula. Dada essas características sobre a Probabilidade, Cazorla (2009) tem apontado sérios entraves na formação do Licenciando em Matemática em relação à Educação Estatística. Para a autora, muitos licenciandos adquirem conhecimentos sobre Estatística e Probabilidade, no entanto, esses são, por vezes, insuficientes para o exercício da docência, já que, além dos conhecimentos dos conteúdos, esses exigem também conhecimentos didáticos específicos.

Partindo dessas e de outras observações de natureza teórica, passamos a refletir sobre a formação docente para o Ensino de Probabilidade ofertada no Curso de Licenciatura em Matemática do qual fazemos parte: como os futuros professores de Matemática se relacionam com as ideias básicas que envolvem o conceito de Probabilidade? Eles têm desenvolvido conhecimentos necessários para o ensino de Probabilidade? Reconhecem ideias básicas associadas ao conceito de probabilidade, como aleatoriedade, eventos equiprováveis, dentre outros? Quais as concepções que os futuros professores manifestam?

Embora neste artigo não tenhamos a intenção de esgotar a problemática, nos propomos a refletir sobre a relação mantida pelos futuros docentes com o conceito de Probabilidade. Para balizar e apoiar essa reflexão, aplicamos um questionário e fizemos seu tratamento a partir do software CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva). Esse software possibilita o processamento informático dos algoritmos da Análise Estatística Implicativa (ASI). A Análise Estatística Implicativa (ASI) corresponde a um campo teórico que se baseia na ideia de implicação estatística. Trabalhando especificamente com o conceito de quase implicação, foi possível nos últimos 30 anos, o desenvolvimento dessa teoria, assim como das ferramentas desenvolvidas com base nesta para análise dos dados. Neste artigo nos ancoramos nessas ferramentas partindo da premissa de que discutir a Educação Estatística na formação docente é também um processo de apropriação das suas ferramentas, tanto como objeto a ensinar como instrumento para produção do conhecimento (GRAS, RÉGNIER e GUILET, 2009) (GRAS, REGNIER, *et al*, 2013).

---

[1] Neste artigo, os autores apresentam um relato de experiência sobre o Curso de Formação Continuada para Professores de Matemática acerca do Ensino de Probabilidade. Os autores ressaltam nesse curso dentre outros aspectos, a imersão dos professores no processo de reflexão sobre a epistemologia da Probabilidade e seus conceitos.

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E A FORMAÇÃO DOCENTE

A Educação Estatística pode se referir a um campo de investigação como também à formação dos sujeitos, enquanto cidadãos, para utilização desses conhecimentos na atuação social em qualquer que seja a dimensão (LOPES, 2008).

O reconhecimento da importância dessa formação está posto nos principais documentos oficiais que norteiam os currículos da educação básica em todo o mundo. Ao compreendermos a Educação Estatística como uma necessidade formativa da sociedade atual e, ao mesmo tempo, como um conjunto de saberes presentes no currículo da educação básica, olhamos agora para uma outra dimensão da Educação Estatística: a Educação Estatística como um campo de pesquisa.

A década de 80, no século XX, foi um marco importante para entendermos o desenvolvimento da Educação Matemática nos últimos 30 anos. A publicação do documento "Agenda para ação" do National Council Teachers of Mathematics (NCTM) foi um fator que impulsionou mudanças no currículo norte-americano. Esse documento também influenciou discussões curriculares em muitos outros países. Com as mudanças no currículo, veio a necessidade de pesquisas e de compreensão teórica do que se propunha para o ensino de Matemática, ou seja, a Educação Matemática passou a ganhar destaque e se consolidar como campo científico. De maneira semelhante, o referido documento influenciou estudos que se preocupavam com os processos de ensino e aprendizagem na Educação Estatística, pois, presente no documento, estava também a sugestão de ampliação de conteúdos relacionados à Estatística, Probabilidade e Combinatória (BORBA *et al.*, 2011).

Ao tratar da Educação Estatística como campo de pesquisa, Lopes (2010) destaca que ela se ocupa em investigar problemas relacionados com os processos de ensino e aprendizagem ligados a saberes à Estatística, Probabilidade e Combinatória e os tipos de raciocínios ligados a essas áreas de estudo. Para a autora, a natureza desses saberes implica a interseção da Educação Estatística com a Educação Matemática e justifica a presença desses saberes no currículo de Matemática na Educação Básica.

Esse aspecto de ligação entre a Educação Estatística e Educação Matemática é reforçado por Régnier (2005), para quem a Educação Estatística mobiliza uma parte significativa de conceitos desenvolvidos no campo da Didática da Matemática. Assim, a formação de professores que ensinam Matemática, objeto da Educação Matemática, conforme profere Kilpatrick (1996), Fiorentini e Lorezanto (2009) e outros, e a Educação Estatística resguardam interfaces que se cruzam: a formação para ensino dos saberes que compõem a Educação Estatística. Lopes (2008, p. 70) destaca que: "A formação dos professores, atualmente, não incorpora um trabalho sistemático sobre estocástica, dificultando a possibilidade desses profissionais desenvolverem um trabalho significativo com essa temática nas salas de aula da educação básica". Para essa autora a estocástica[2] não deve ser vista apenas como conteúdo da formação, mas também como ferramenta para analisar situações ligadas à sua prática profissional.

Batanero (2001) destaca que a natureza da Estatística e da Probabilidade é muito diferente da natureza determinista da Matemática. A evidência dessa diferença está, do ponto visto filosófico, em discussões sobre o uso de noções como probabilidade e aleatoriedade, o que não ocorre frequentemente com a álgebra e a geometria. De modo semelhante, Régnier (2005) assevera que para o desenvolvimento do espírito estatístico é necessária uma renúncia sistemática do conceito de verdade, como comumente o utilizamos.

[2] Termo utilizado para a Probabilidade quando integrada com a Estatística.

Ainda acerca da formação docente, lembremos que, para Shulman (1986), algumas categorias[3] de conhecimentos devem ser levadas em consideração, dentre elas o conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. O nosso entendimento sobre essas categorias é que ao futuro professor que vai ensinar Probabilidade na educação básica é necessário conhecer em profundidade seus conceitos.

PROBABILIDADE: EM BUSCA DE CATEGORIAS DE ANÁLISE

Para Hacking (2006) a necessidade de lidar com a incerteza levou a construção da probabilidade enquanto campo teórico que atualmente é fundamental para a compreensão da pesquisa científica com aplicações e implicações diretas na nossa vida cotidiana. Apesar dessa importância, esse autor nos alerta para a compreensão da natureza da probabilidade que não é considerada uma tarefa simples e necessita de exame cuidadoso do conceito.

Pensando a Probabilidade como uma “medida de chance”, observamos em nosso dia-a-dia, desde muito cedo, situações que levam a pensar sobre essa medida. Mesmo que de maneira inconsciente tomamos algumas decisões baseadas em argumentos que estão ligados à nossa observação de determinados fenômenos, esse conjunto de vivências nos leva à construção de concepções de probabilidade.

Para Sáenz (1999), as concepções de probabilidade são construídas a partir da dialética entre a reflexão e as experiências reais. As experiências cotidianas são muito importantes nessa formação. No entanto, nem sempre essas experiências conduzem a um raciocínio probabilístico plausível, pois tanto as reflexões como as experiências podem ser diferentes diante dos fenômenos e, portanto, conduzir-nos a paradoxos e pensamentos equivocados.

Se do ponto de vista da formação do sujeito as reflexões e experiências cotidianas são importantes na construção das concepções de probabilidade, a educação formal tem também a sua parcela. Esse reconhecimento é feito por diversos pesquisadores que recomendam a inserção da probabilidade desde os primeiros anos de escolarização. Essa inserção é também preconizada em documentos oficiais do ensino, como já dissemos anteriormente (LOPES, 2008; BORBA *et al.*, 2011).

Azcárate Goded (1996) ao investigar as concepções de futuros professores do ensino fundamental na Espanha sobre o conhecimento probabilístico, nos apresenta quatro concepções acerca da probabilidade: 1. Não Probabilística da Realidade (NPR); 2. Probabilística Intuitiva (PI); 3. Probabilística Emergente (PE); e 4. Probabilística Normativa (PN).

A Concepção NPR é caraterizada pela ausência de compreensão sobre fenômenos probabilísticos. As respostas dos sujeitos frente a esses fenômenos são baseadas em crenças e em modelos deterministas. Na concepção PI há presença de alguma compreensão dos fenômenos probabilísticos como o reconhecimento da aleatoriedade, porém em caráter parcial. A concepção PE corresponde a aceitação de múltiplas representações da aleatoriedade. Há a representação de modelos probabilísticos, ela supõe alguma instrução em probabilidade e estatística. A concepção PN é caracterizada por uma compreensão profunda dos modelos probabilísticos e de suas aplicações.

A partir de sua investigação, Azcárate Goded (1996) observou, por exemplo, em relação à noção de aleatoriedade que os futuros professores apresentam uma certa fragilidade e seu conhecimento é baseado no que a autora chama de “senso comum”:

[3] Mais tarde essas categorias foram revisadas pelo próprio Shulman e seus colaboradores. Outros estudos indicam subdivisões nessas categorias, conforme aponta Isabele Bloch.

> o grupo de futuros professores observados reflete um conhecimento de características intuitivas e não formalizado, próximo ao que reconhecemos como conhecimento cotidiano. É um conhecimento baseado na experiência, elaborado do senso comum, não desenvolvido formalmente. Isto implica necessariamente, que os processos de formação têm de recorrer à possibilidade de por em jogo referido conhecimento e analisar seu grau de adequação (AZCÁRATE GODED, 1998, p. 95, tradução nossa)

Aqui no Brasil essas categorias foram utilizadas também por Gonçalves (2004) que analisou as relações entre as concepções sobre probabilidade de professores do ensino fundamental e a sua formação quando foram alunos da educação básica. A pesquisa mostrou que as concepções sobre probabilidade não são estanques, isto é, a prática de ensino dos professores tem implicação na sua concepção probabilística. Gonçalves (2004) percebeu isso ao observar que professores do ensino fundamental que tiveram a mesma formação quando alunos da educação básica apresentavam hoje concepções distintas ligadas diretamente à sua prática de ensino.

Ainda sobre a Probabilidade, destacamos que quanto à sua abordagem no ensino podem ser apresentadas algumas concepções, como: 1. Clássica ou laplaciana; 2. Frequentista; 3. Subjetivista; 4. Geométrica; e 5. Formal ou Axiomática.

Para nosso estudo, destacaremos duas delas a Clássica e a Frequentista. De acordo com Chevallard e Wozniac (2011) a passagem de uma visão clássica para uma visão frequentista da probabilidade não é algo trivial. Quando essa passagem é requerida na educação básica, para os autores, falta uma infraestrutura epistemológica adequada para que os professores a façam. Nesse sentido, reconhecemos e concordamos que os futuros professores necessitam refletir sobre essas abordagens, pois assim como no caso francês, aqui os documentos oficiais recomendam trabalhar com as várias abordagens.

A abordagem clássica ou laplaciana privilegia a definição clássica de probabilidade entendida como a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis, assumindo implicitamente a equiprobabilidade de todos os acontecimentos do espaço amostral. Em geral, a probabilidade é calculada a priori sem necessidade de experiência. A definição clássica de probabilidade teve grande influência na formação da teoria das probabilidades, porém a falta de clareza epistemológica impedia seu avanço. Atualmente na Teoria das Probabilidades a probabilidade é entendida como uma função a partir da axiomática de Kolmogorov.

Na abordagem frequentista ou empírica, a probabilidade é entendida como um acontecimento que emerge do processo de experimentação. O valor da probabilidade agora é compreendido como a frequência relativa de sucessos obtidos durante a realização de um experimento. Dependente da amostra ou do tamanho do experimento, a probabilidade frequentista é interpretada como uma aproximação e está amparada em um importante teorema conhecido como Lei dos Grandes Números.

Nossa defesa é que os futuros professores durante sua formação inicial tenham contato com as diversas abordagens e reflitam sobre os possíveis obstáculos que estão associados a cada uma delas. No entanto, como já apontava Cazorla (2009) a realidade tem se mostrado bem diferente, demandando um esforço coletivo na melhoria da formação inicial dos professores que ensinam Matemática.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nosso estudo foi realizado com 33 (trinta e três) estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática, em uma Universidade Pública do Estado da Paraíba. Sem instrução prévia acerca do tema, o grupo foi convidado a responder o questionário espontaneamente. Como trabalhamos com uma amostra pequena, consideramos esse estudo exploratório conforme Fiorentini e Lorenzato (2009), ou seja, uma primeira aproximação com a realidade investigada, sem a intenção de generalizar conclusões.

Dividimos o estudo em quatro etapas: 1. Estudo e preparação do questionário; 2. Aplicação piloto para ajustes do questionário; 3. Aplicação do questionário; e 4. Tratamento dos dados com software CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva).

Durante as duas primeiras etapas nos dedicamos a planejar e construir o questionário. Consultando a literatura disponível, observamos que já existiam estudos semelhantes, isto é, com a intenção de conhecer as relações que professores mantêm com conhecimento probabilístico, como os realizados por Azcárate et al. (1998) Carvalho e Oliveira (2002) e Gonçalves (2004).

Dessas pesquisas, Gonçalves (2004) apresentou em sua dissertação de mestrado um questionário com a intenção de analisar as concepções dos professores do ensino fundamental. O seu questionário foi também tratado com o software CHIC. Dessa forma, utilizamos três questões daquele questionário validado por Gonçalves (2004).

Lappan et al. (2002) apresentam também questões interessantes para trabalhar com estudantes da educação básica às noções associadas à Probabilidade. Vinculada ao Projeto da Universidade de Michigan (Connected Mathematics Project), a publicação trouxe algumas questões que serviram de inspiração para construção de duas questões que tratam sobre equiprobabilidade e independência de eventos.

Antes de ser utilizado, fizemos uma aplicação piloto com 03 (três) docentes e 01 (um) estudante de graduação. A intenção era coletar informações para ajustar o questionário que foi aplicado em sua versão final, em julho de 2016.

As respostas do questionário foram codificadas, conforme indicado no quadro 1. Organizamos o questionário em duas partes, que chamamos de A e B. Na primeira parte do questionário (A), elaboramos perguntas para traçar um perfil do professor. Algumas dessas foram transformadas em variáveis suplementares (idade, sexo, escola pública/privada, dificuldade no ensino médio). As demais foram consideradas principais (V01, V02 e V03). No tratamento de dados feito na ASI, a divisão entre variáveis suplementares e principais determina a forma como o CHIC vai analisar as implicações, ou seja, se apontarmos a idade como uma variável suplementar (variável seguida da letra s), então ela não aparece diretamente no grafo implicativo, embora o software nos forneça um relatório de contribuições dessas variáveis para os resultados encontrados.

Em função do tipo de resposta, subdividimos a classificação inicial, por exemplo V01 em V01a, V01b e V01c. Entre os elementos levantados, procurou-se situar o futuro professor no início, meio ou fim do Curso de Licenciatura e observar se eles consideravam ter trabalhado com Probabilidade em alguns desses momentos do curso (V01 e V03). O Curso de Licenciatura em Matemática no qual os sujeitos fazem parte tem 9 (nove) períodos, sendo que o componente curricular Introdução à Probabilidade só é visto no 8º Período, portanto, no final do curso. Também, procurou-se levantar se os estudantes tinham estudado probabilidade no ensino médio (V02).

Na parte B do questionário, o objetivo era investigar de forma pontual como os futuros professores se relacionavam com as noções associadas ao conhecimento probabilístico. Correspondem às variáveis de V04 em diante do quadro 1. Na figura 1, apresentamos a parte B do questionário. A questão Q9 (V04), conforme figura 01, foi baseada no questionário de Gonçalves (2004).

Na questão Q11 (figura 1) codificada como V06 (quadro 1) perguntamos diretamente aos sujeitos se eles reconhecem um evento aleatório. O conhecimento da aleatoriedade é considerado fundamental para compreensão da probabilidade (AZCÁRATE, 1998).

Quadro 1 - Codificação das variáveis binárias utilizadas.

Código	Descrição	Código	Descrição
Id01 s	Faixa etária 01 - 18 a 23 anos	V05a	Não reconhece conhecimentos prévios
Id02 s	Faixa etária 02 - 23 a 27 anos	V05b	Reconhece conhecimento prévios (CP)
Id03 s	Faixa etária 03 - 27 a 47 anos	V05c	Reconhece CP parcialmente
Hom s	Homem	V05d	Resposta confusa sobre CP
Mul s	Mulher	V06a	Não reconhece evento aleatório
Púb s	Estudou escola pública	V06b	Reconhece evento aleatório
Priv s	Estudou escola particular	V06c	Reconhece evento aleatório parcialmente
Dif s	Apresentava dificuldade no ensino médio	V06d	Resposta confusa sobre evento aleatório
Difn s	Não apresentava dificuldade no ensino médio	V07a	Não reconhece equiprobalidade
V01a	Alunos no início do curso	V07b	Reconhece equiprobalidade
V01b	Alunos na metade do curso	V07c	Reconhece equiprobalidade parcialmente
V01c	Alunos no final do curso	V07d	Resposta confusa sobre equiprobalidade
V02a	Estudou probabilidade no ensino médio	V08a	Reconhece independência de eventos
V02b	Não estudou probabilidade no ensino médio	V08b	Não reconhece independência de eventos
V03a	Não estudou probabilidade no curso	V09a	Frequentista
V03b	Sim estudou em disciplina específica	V09b	Frequentista/Clássica
V03c	Sim, estudou em outra disciplina	V09c	Clássica
V04a	Não reconhece entes primitivos	V10a	Frequentista
V04b	Reconhece os entes primitivos	V10b	Clássica/frequentista
V04c	Reconhece os entes parcialmente	V10c	Clássica
V04d	Resposta confusa sobre os entes		

Fonte: elaborado pelos autores.

Nas questões Q12 (V07) e Q13 (V08) adaptamos as sugestões de atividade de Lappan *et al.* (2002) no qual os estudantes são levados a pensar sobre a equiprobabilidade e o princípio da independência de eventos.

Nas questões Q14 (V09) e Q15 (V10), nos valemos das questões apresentadas e validadas por Gonçalves (2004) que simulam três alunos diante da observação de um experimento com um tetraedro regular. Esses alunos emitem opiniões sobre a probabilidade de acontecer alguns eventos e apresentam estratégias que suscitam as representações frequentista e clássica da probabilidade ou a combinação dela. Desses alunos, o aluno 01 apresenta respostas baseadas no experimento, o aluno

02 reconhece a experiência, porém reconhece também a perspectiva clássica e o aluno 03 apresenta um padrão de respostas autenticamente clássico, ignorando a experiência e seus resultados.

Com base nas possíveis respostas a essas questões, criamos os códigos e significados associados no quadro 1.

Figura 1 - Parte B do questionário.

Q9 – Quando estudamos Geometria Plana alguns entes são considerados primitivos (ponto, reta e plano), ou seja, são fundamentais, no caso da probabilidade quais seriam esses entes que são fundamentais para a formalização dos conhecimento sobre probabilidade?

Q10 – A matemática escolar corresponde a um conjunto de saberes que estão interconectados. Assim alguns conceitos são fundamentais para aprendizagem de outros conteúdos. Também conhecidos como conhecimentos prévios eles são importantes para que o aluno possa compreender o assunto que está estudando. No caso da Probabilidade, você poderia citar três ideias que podem ser considerados prévios para compreensão deste conteúdo?

Q11 - O que é um evento aleatório?

Q12 – Em probabilidade eventos equiprováveis são aqueles que tem a mesma chance de ocorrer, na tabela a seguir temos algumas ações, possibilidades de eventos, e pedimos que você faça um breve comentário dizendo se os eventos são equiprováveis ou não e por quê.

Ação	Possibilidade do resultado do evento
Você lança uma lata de refrigerante	A lata cai de lado ou virada para cima ou virada para baixo
Jogar um dado numerado	1, 2, 3, 4, 5 ou 6.
Você verifica a meteorologia no Alasca em um dia de dezembro	Neva, chove ou não chove nem neva.
O time Monteiro Futebol Clube joga uma partida de futebol	O Monteiro Futebol Clube ganha, perde ou empata.
Nasce um bebê.	O bebê é menino ou uma menina.
Nasce um bebê.	Ele é canhoto ou destro.
Você chuta a resposta de uma questão que tem duas alternativas verdadeira ou falsa.	A resposta está certa ou resposta está errada
Você lança uma bola ao cesto	Você faz a cesta ou você erra

Q13 - Considere o experimento lançar uma moeda e obter como possibilidade Cara ou Coroa. Análise a seguinte situação:

Situação B – Pedro lançou uma moeda três vezes e obteve cara todas as vezes. Sobre o seu próximo lançamento podemos afirmar:

( ) Será Cara ( ) Não será Cara ( ) Será cara ou coroa

Q14 – Considere um tetraedro regular que possui uma cor diferente em cada face: azul, verde, vermelho e amarelo. Apresentada esta situação-problema a três alunos, e questionando-os sobre a probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram:

Aluno 1 – Este aluno, de posse do tetraedro, realizou 50 lançamentos, a partir dos quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis; então, concluiu que a probabilidade de ocorrer face azul é de 42 %.

Aluno 2 – Este aluno acompanhou a estratégia do aluno 1, porém discordou da conclusão, afirmando que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de 1 em 4.

Aluno 3 – Este aluno realizou de modo formal, como razão entre número de sucessos sobre o número total de chances, P(A) = ¼, concluindo, então, que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de ¼.

Use o verso da página para explicar a estratégia utilizada por cada um dos alunos.

Q15 - Em relação à mesma situação anterior, porém, perguntando aos alunos se as cores têm as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso, as respostas que obtivemos foram:

Aluno 1 – Não, pois no experimento que realizamos saíram quantidades de vezes diferentes de cada cor;

Aluno 2 – Não sei, pois cada cor aparece uma vez no tetraedro, e como ele é regular, todas têm as mesmas chances.

Com qual das respostas você concorda? Como você explicaria aos outros alunos que suas respostas estão equivocadas?

Fonte: elaborado pelos autores.

ANÁLISE DE DADOS

A Análise Estatística Implicativa (ASI) como quadro teórico para análise de dados multidimensionais permite visualizar, organizar, construir modelos e explicar os fenômenos que estão associados a esses dados. Através da ASI, nos últimos trinta anos, pesquisadores das mais variadas áreas (Didática da Matemática, Psicologia, Biologia, Educação etc.) têm utilizado essas ferramentas estatísticas para análise dos dados.

As respostas dos sujeitos obtidas através do questionário foram convertidas em dados binários. O software CHIC é capaz de produzir diferentes modelos que revelam regras de associações, fornecendo índices de probabilidades que revelam qualidade dessas associações (RATSIMBA-RAJOHN, 2013; VALENTE; ALMEIDA, 2015).

As análises podem ser feitas a partir dos modelos de análise de similaridades, análise implicativa e análise hierárquica coesitiva. Neste artigo, iremos trabalhar com dois deles: a árvore de similaridade e o grafo implicativo. À medida que formos apresentando os dados analisados, detalharemos os métodos e suas funções.

FUTUROS PROFESSORES E A PROBABILIDADE

Dos 33 sujeitos entrevistados, todos estavam matriculados regularmente no Curso de Licenciatura em Matemática. Com faixa etária variando entre 18 e 47 anos, 57% dos sujeitos eram do sexo feminino. Em relação ao estágio na formação, 30,3 % estão no início do curso (até o 3º período), 42,4% na metade do curso (até o 6º período) e os demais no final do curso (até o 9º período).

O Curso de Licenciatura que serviu de cenário para investigação tem previsto no seu projeto político apenas uma disciplina específica voltada para o ensino de Estatística e Probabilidade, chamada Introdução à Probabilidade. Essa disciplina tem uma carga horária de 60 horas e é ministrada para alunos regulares no 8º período. A ementa proposta para a disciplina não prevê uma discussão sobre as dimensões pedagógica e curricular da Estatística e Probabilidade. Os temas destacados na ementa correspondem aos conteúdos básicos da Estatística e da Probabilidade. Em relação à Probabilidade são apresentadas noções introdutórias com ênfase nas variáveis e suas características.

Encontramos ainda menção ao conceito de Probabilidade em duas outras disciplinas. Na disciplina de Prática Pedagógica no ensino de Matemática existe uma referência na ementa à discussão do Bloco de Conteúdos de Tratamento da Informação para ser trabalhado no ensino fundamental. Na disciplina de História da Matemática há indicação da necessidade de uma reflexão sobre o significado histórico do conceito de probabilidade.

Aqui cabe uma primeira observação em relação à formação ofertada aos futuros professores de Matemática para Estatística e Probabilidade. Conforme aponta Cazorla (2009), essa formação quando ocorre é feita do ponto de vista procedimental, isto é, privilegiando o cálculo e a resolução de problemas padrão, ou seja, as dimensões pedagógica e curricular não são contempladas. Mesmo no que se refere a dimensão dos conteúdos, destacamos conforme Shulman (1986) que essa categoria deve ir muito além da simples apresentação de fatos, pelo contrário, nessa dimensão há necessidade de uma discussão profunda do conteúdo, levando em consideração dimensões procedimentais, conceituais, epistemológicas e históricas da formação desse conteúdo.

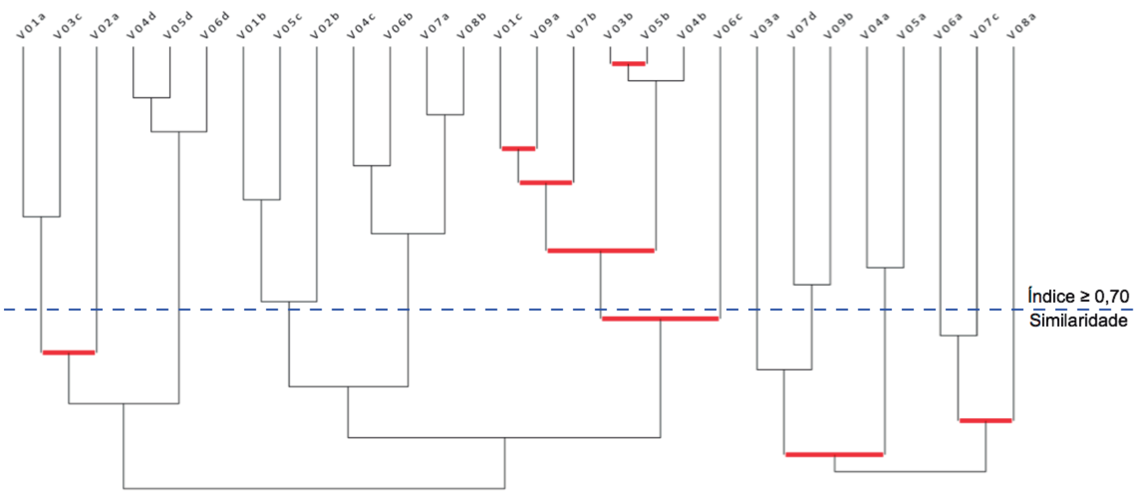
Por essa razão, elaboramos uma variável que distingue os futuros professores em três grupos: aqueles que declaram não ter visto ou trabalhado com Probabilidade, os que declaram ter trabalhado em disciplinas específicas (resposta esperada por aqueles que estavam no final do curso) e os que declaram ter visto a partir de discussões em outras disciplinas.

O primeiro tratamento que fizemos foi análise de similaridade. Essa análise consiste na interpretação da similaridade ou semelhança estatística. Os grupos de similaridade indicam a proximidade de respostas comuns ou comportamentos semelhantes entre dados analisados.

Durante o tratamento, excluímos quatro colunas de variáveis (V09a, V10a, V10b, V10c) tendo em vista que a frequência de resposta aos três primeiros itens foi nula e na última foram de 100%. As quatro variáveis estavam relacionadas com as Q14 e Q15 do questionário. A função dessas questões era identificar se os sujeitos reconheciam a abordagem frequentista, clássica ou a combinação delas. As três variáveis excluídas estavam relacionadas com a abordagem frequentista ou frequentista/clássica, o padrão de respostas dos sujeitos foi de 100% de concordância com o perfil do aluno 03, que como dissemos na metodologia representava o raciocínio clássico da probabilidade. A exclusão se deve ao fato de que não faz sentido calcular ou observar um comportamento que inexiste (ausência de respostas) ou que é certo. Diferente da pesquisa de Gonçalves (2004) em que o mesmo encontrou nos professores o reconhecimento das duas concepções, em nossa pesquisa nossos sujeitos demonstraram em suas respostas, que se identificavam quase que exclusivamente com a abordagem clássica da probabilidade.

Para a análise dos dados com o uso do CHIC foi selecionado a opção “nós significativos”, “cálculo longo”. O tipo de implicação foi segundo a teoria clássica. O tipo de lei foi a lei binominal. Estas escolhas orientam os cálculos e estão adequadas as a amostra. Na análise de similaridade consideramos os valores iguais ou superiores a 0,704. Foram identificadas no CHIC 36 classificações. Contudo, acima de 0,70 se apresentam 15 classificações que foram agrupadas em 7 grades classes, conforme apresentado na figura 1. Com base nas respostas tratadas nos questionários, o CHIC agrupa as variáveis em grupos a partir das diferenças e semelhanças nas classes.

Figura 4 - Gráfico de similaridade com base nos dados tratados.



Fonte: acervo pessoal

[4] Ou seja, uma probabilidade de 70% ou superior de se obter esta relação de similaridade entre as variáveis.

Selecionamos das classes apresentadas na figura 1, as que consideramos que trazem elementos mais pertinentes para nossa análise. Destacamos inicialmente a classe ((V03b V05b) V04b) com maior índice de similaridade (0,999). Esse resultado indica uma forte similaridade para os que dizem que estudaram probabilidade na licenciatura através do componente curricular específico (V03b) e os que reconhece conhecimentos prévios para o estudo da probabilidade (V05b) bem como reconhecem claramente entes primitivos de probabilidade (V04b). Por outro lado, com índice de 0.921 foram agrupados em uma classe aqueles que estão na metade do curso V01b e ainda não estudaram probabilidade têm tendência a respostas parciais sobre entre primitivos e conhecimentos prévios V05c.

Se por um lado esse índice ressalta o importante papel de discutir a probabilidade durante o curso, a frequência dos que declaram desconhecer os entes primitivos e os conhecimentos prévios necessários é alta. Dos 33 sujeitos, cerca de 75% declaram não saber quais são os entes primitivos e 54% declaram não conhecer quais os conhecimentos prévios. Essa observação está relacionada também com a classificação de similaridade entre V04d e V05d que tem uma similaridade 0.993336. Isto é, não saber os entes primitivos implica desconhecer os conhecimentos prévios para o estudo de probabilidade. Do mesmo modo esse grupo apresenta respostas confusas sobre o que é evento aleatório ((V04d e V05d) V06d) com similaridade de 0.988435.

Outra classe que nos chama atenção são os estudantes que estão no final do curso (V01c) e têm conhecimento sobre a aleatoriedade (V09a), com um índice de similaridade de 0.800, eles demonstram semelhança em relação a variável V07b (reconhecem claramente a equiprobabilidade) e apresentam respostas completas sobre os entes primitivos. Essa relação de similaridade confirma o pensamento de Azcárate (1998) sobre a importância da aleatoriedade e sobre necessidade de estudá-la com mais cuidados:

> A aleatoriedade, sendo o núcleo do conhecimento probabilístico, é considerada habitualmente como um conceito 'óbvio' e seu significado não são analisados em profundidade. No entanto, supomos que determinados tipos de concepções sobre ela podem ser um claro obstáculo para a compreensão da natureza probabilística de certos aspectos da realidade (AZCÁRATE *et al.*, 1998, p. 86).

Sobre a aleatoriedade, observamos mais uma vez uma frequência alta (51,5%) de sujeitos que declaram não conhecer ou saber definir o que seja um evento aleatório.

Seguindo a análise com índice de (0.994201) (V07a V08b) indica que não conhecer equiprobabilidade tem implicações diretas em não reconhecer o princípio independência de eventos.

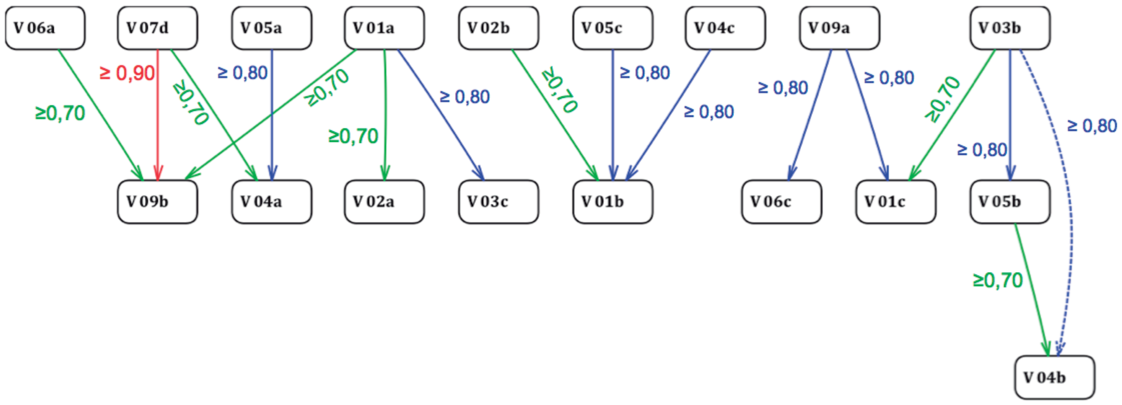
Por fim, destacamos na árvore de similaridades que os alunos no final do curso percebem as estratégias usadas pelo aluno 1 (Q14, figura 1), isto é, reconhecem a abordagem frequentista e reconhecem a equiprobabilidade ((V01c V09a) V07b) com uma similaridade de 0.92798. Por outro lado, e com similaridade de 0.921407 (V01b V05c) alunos na metade curso e que não viram a disciplina de probabilidade têm dificuldade para reconhecer seus entes primitivos.

Com uma similaridade menor, 0.731011, desse mesmo grupo fazem parte os que não estudaram probabilidade no ensino médio (V01b V05c) V02b), ou seja, futuros professores que estão na metade do Curso e não estudaram probabilidade no Ensino Médio demonstram um conhecimento parcial sobre os conhecimentos prévios para o estudo de Probabilidade

Seguindo o tratamento dos dados, fizemos também análise através do grafo implicativo (figura 5). Para análise, consideramos o grafo implicativo com valor mínimo de 0,72. Segundo Gras e Almouloud

(1998) valores maiores que 0.70 permitem apresentar uma estrutura significativa para os padrões estatísticos. Quanto menor esse índice, maior será o número de ligações, porém elas se apresentarão mais fracas, pois o índice será considerado baixo.

Figura 5 - Grafo implicativo com base nos dados tratados.



Fonte: acervo pessoal

No grafo implicativo observamos alguns grupos. Do lado direito temos um grupo no qual estudar a disciplina específica de Estatística (V03b) e ter uma visão frequentista/clássica (V09a) implicam em estar no final do curso (V01c). A primeira implicação é mais óbvia, uma vez que essa disciplina é oferecida no final do curso. Contudo, a segunda relaciona a concepção frequentista/clássica a estar no final do curso, indicando a influência da disciplina na formação. Observa-se também que estudar a disciplina específica (V03b) implica em reconhecer entes primitivos (V04b) e reconhecer conhecimentos prévios). Também se observa que reconhecer conhecimentos prévios (V05b) implica em reconhecer entes primitivos (V04b) com uma probabilidade maior que 70%. Apesar disso, observamos que ter uma concepção frequentista clássica (V09a) implica também em reconhecer parcialmente um evento aleatório (V06c).

Em outros grupos, observamos que os alunos que estão na metade do curso V01b e no início V01a apresentam relação direta com respostas parciais sobre entes primitivos e conhecimentos prévios (V04c e V01b) para o estudo de Probabilidade. Esse grupo tem implicações com V09b, ou seja, reconhece apenas o comportamento clássico como estratégia de resolução nas questões Q14 e Q15, que por sua vez tem uma implicação com índice superior ou igual a 0.90 (ligação na cor vermelha) com respostas confusas ou ausência de resposta sobre equiprobabilidade (V07d) e igual ou superior a 0,70 com eventos aleatórios (V06a).

Outro destaque é para implicação V05a e V04a, ou seja, não reconhecer os entes primitivos da probabilidade implica em não ter conhecimentos sobre os conhecimentos prévios para seu estudo. Isso pode ser um indício da relação entre as categorias de conhecimentos do Conteúdo e Pedagógico, conforme Shulman (1986).

Em geral, o grafo implicativo nos mostra que os sujeitos mantêm relação de dificuldade com as noções associadas à Probabilidade. Aqueles que não cursaram a disciplina específica parecem ter essas dificuldades mais latentes, o que demanda reflexão sobre o processo de formação conforme indicam as pesquisas na área de Educação Estatística (AZCÁRATE, 1998; LOPES, 2008; CAZORLA, 2009).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente artigo nos propusemos a refletir sobre o seguinte questionamento: como os futuros professores de Matemática se relacionam com as ideias básicas que envolvem o conceito de Probabilidade?

Os resultados dessa pesquisa revelam diversos fenômenos presentes nessa relação. O primeiro deles diz respeito à fragilidade com que os futuros professores falam sobre as noções básicas do conceito de Probabilidade. A aleatoriedade é um dos principais pontos em que os sujeitos demonstram incompreensão, embora essa fragilidade diminua à medida que os futuros professores lidam com a Probabilidade em disciplinas específicas. Observa-se que há a necessidade de inserir no currículo da formação inicial uma discussão sobre a Probabilidade de forma mais processual, isto é, distribuída ao longo do curso, em diferentes momentos e com diferentes abordagens, não somente em apenas uma disciplina no final do curso.

Outro fato que nos chamou a atenção é que a ausência de discussões sobre o ensino de Probabilidade parece contribuir para incompreensão dos sujeitos frente a questões dessa natureza, aqui encontramos elementos para acender um debate antigo sobre a formação de professores, isto é, a discussão de conteúdos do ponto de vista procedimental não tem sido suficiente para que o futuro professor possa pensar os conteúdos que vai lecionar da perspectiva pedagógica.

Embora a generalização de conclusões não seja nossa meta, algumas reflexões emergem desse exercício e precisam ser levantadas. A primeira delas é que a ação em prol da formação dos futuros professores que ensinam Matemática acerca da Probabilidade é fundamental. Seja através de componentes curriculares específicos ou da reformulação de outros componentes que precisam levar em consideração o papel social da Educação Estatística e as demandas formativas desses futuros profissionais.

Esse entendimento, embora pareça óbvio, parece não está sendo levado em consideração na concepção de currículos da Licenciatura em Matemática. Cazorla (2009) já denunciava esse fato e com este artigo pudemos observar que a nossa amostra demonstra fragilidade na sua relação com a Probabilidade.

A visão determinista traduzida numa adesão de quase 100% dos sujeitos à abordagem clássica, demonstra que esses futuros professores não podem ser considerados no paradigma do não reconhecimento probabilístico da realidade, conforme Azcárate Goded (1996). Porém, eles estão longe ainda de um conhecimento profundo sobre a probabilidade, transitando possivelmente entre concepções intuitivas ou probabilísticas emergentes.

É importante dizer que esse conhecimento profundo para nós contempla um conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e curricular, conforme Shulman (1986) preconiza.

As respostas dos questionários e a interpretação fornecida pelo CHIC mostra que a ASI é um quadro teórico pertinente, enquanto alternativa para pensar e refletir a formação docente.

REFERÊNCIAS

AZCÁRATE GODED, P. **Estudio de las concepciones disciplinares de futuros professores de primaria en torno a las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad**. Granada: Comares, 1996.

AZCÁRATE GODED, P. *et al*. Concepciones de futuros professores de primaria sobre la noción de aleatoriedade. **Enseñanza de las Ciências**, Barcelona, n. 16, 1998.

BORBA, R. MONTEIRO, C. GUIMARÃES, G. COUTINHO, C. KATAOKA, V. Y. Educação Estatística no ensino básico: Currículo, pesquisa e prática em sala de aula. **Revista Em Teia**, Recife, v. 2, n. 2, 2011.

CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. In: Reunião da ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais**... Caxambu: ANPED, 2002.

CAZORLA, I. M. **O ensino de Estatística no Brasil.** Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2009. Acesso em 19/05/2016. Disponível em: <https://goo.gl/C5OE9a>.

CAVALCANTE, J.L. **Resolução de Problemas e formação docente**: saberes e vivências no Curso de Pedagogia. Jundiaí: Paco Editorial, 2013.

CHEVALLARD, Y.; WOZNIAC, F. Un cas d'infrastructure manquante: statistique et probabilités en classe de troisième. In: Bosch, M. et al. (Eds.). **Un panorama de la TAD**. Barcelona: CRM, 2011. p. 831-853.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística.** Granada: *Universidad de* Granada, 2001.

BATANERO, C., *GODINO, J. D. ROA, R. Training Teachers To Teach Probability.* **Journal of Statistics Education**, San Luis Opispo, Califórnia, v. 12, n. 1, 2004.

FIORENTINI, D.; LORENZATO. S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

GONÇALVES, M.C. **Concepções de Professores e o Ensino de Probabilidades na Escola Básica**. 2004, 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2004.

GRAS, R.; RÉGNIER, J.-C. ; GUILLET, F. **Analyse Statistique Implicative: Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités.** Toulouse : Éditions Cépaduès. 2009.

GRAS, R.; RÉGNIER, J.-C., MARINICA, C., GUILLET, F. **Analyse Statistique Implicative. Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités.** Toulouse : Éditions Cépaduès. 2013.

HACKING, I. **The emergence of probability**: a philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké**, Campinas, v. 4, n. 5, p. 99-120, jan./jun. 1996.

LAPPAN, G. *et al*. **How likely is it?** probability. New Jersey: Pratice Hall., 2002. (Connected Mathematics Data Analysis and Probability).

LOPES, C. E. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e na formação de professores. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

______. **A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio Teórico.** In: Reunião da ANPED, 33., 2010, Caxambu. **Anais**... Caxambu: ANPED, 2010.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (orgs). **A formação do professor que ensina Matemática.** Belo Horizonte, MG: Autêntica. 2008.

RATSIMBA-RAJOHN, H. Guide d'utilisation des principales fonctionnalités du logiciel CHIC. In : GRAS, R., RÉGNIER, J.-C., MARINICA, C., GUILLET, F. (Ed.). **L'Analyse Statistique Implicative.** Méthode exploratoire et confirmatoire à la recherche de causalités. 2 ed. Toulouse: Éditions Cépaduès, 2013. p.327-348

RÉGNIER, J.-C. **Formation de l'esprit statistique et raisonnement statistique.** Que peut-on attendre de la didactique de la statistique? Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques. Paris: IREM, 2005. p. 13-37. Récupéré de: <https://goo.gl/P3OQz4>.

SÁENZ, C. C. **Materiales para la enseñanza de la teoria de probabilidades**: propuesta de un modelo didáctico. Madrid: Universidad Autônoma de Madrid, 1999.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

______. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Revista de currículum y formacíon del professorado**, Granada, v. 9, n. 2, p. 1-30, 2005.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, M. E. B. **Uso do CHIC na formação de educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e as pesquisas em foco.** 1ª Edição. Letra Capital. Rio de Janeiro, 2015.

RECEBIDO EM: 05 set. 2016.
CONCLUÍDO EM: 25 out. 2016.