

## NO JOGO É A MOEDA QUE DIZ, NÃO É A GENTE QUE QUER NÃO: O QUE DIZEM CRIANÇAS SOBRE A PROBABILIDADE

*IN THE GAME, IT IS THE COIN WHICH DECIDES, IT IS NOT WHAT WE WANT:  
WHAT CHILDREN SAY ABOUT PROBABILITY*

RITA BATISTA\*

RUTE ELIZABETE DE SOUZA ROSA BORBA\*\*

### RESUMO

O presente estudo objetivou analisar compreensões de crianças do 1º, 3º e 5º anos no que concerne a três exigências cognitivas necessárias ao entendimento da probabilidade: compreender a aleatoriedade, formar o espaço amostral e comparar e quantificar probabilidades. Foram realizadas entrevistas clínicas com 36 crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, apoiadas em dois jogos: Travessia do Rio e Passeios Aleatórios da Rute. Os resultados apontaram que o significado intuitivo da probabilidade foi evidenciado, a partir de uma linguagem natural baseada em crenças e opiniões. As crianças mais velhas apresentaram argumentos mais coerentes, no entanto, os seus conhecimentos não estavam consolidados, apesar das suas facilidades em identificar eventos impossíveis, pouco e muito prováveis. Foi constatado que os jogos se configuraram em elementos facilitadores e promovedores da aprendizagem e um maior tempo de discussão a partir deles pode propiciar maiores avanços nos conhecimentos probabilísticos das crianças.

**Palavras-chave:** Probabilidade. Crianças. Jogos. Anos Iniciais.

### ABSTRACT

*This study aimed to analyze 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup> and 3<sup>rd</sup> grade children's understanding related to three cognitive demands for the understanding of probability: understanding randomness, shaping sample space, and comparing and quantifying probabilities. Clinical interviews were performed with 36 Primary School children, supported by two games: Crossing the River and Ruth's Random Walks. The results showed that the intuitive meaning of probability was evident from natural language based on beliefs and opinions. Older children presented more coherent arguments, however, their knowledge was not consolidated, despite their facility in identifying impossible, unlikely and very likely events. It has been found that games configured as elements which can promote and make learning easier and more discussion time with games can promote larger advance in children's probabilistic knowledge.*

**Keywords:** Probability. Children. Games. Elementary School.

\* Mestre em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec - UFPE). Professora de Matemática e formadora (Rede Estadual e Municipal). E-mail: rita\_mat@hotmail.com

\*\* PhD (Oxford Brookes University). Professora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: resrborba@gmail.com

## INTRODUÇÃO

Estudos e pesquisas (VIALI, 2008; GAL, 2004; BRYANT e NUNES, 2012; LOPES, 2008; SPINILLO, 1995), bem como as orientações curriculares do Brasil (1997) e de Pernambuco (2012) apontam para a importância da exploração e do ensino de situações que contemplem conhecimentos probabilísticos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O ensino desse conceito se justifica, em especial, por estar intimamente ligado a situações contextuais da atualidade em que há a necessidade de julgamento, escolhas, análises críticas, conclusões e tomadas de decisão envolvendo eventos com diferentes graus de probabilidade.

Naturalmente, não se trata de ensinar cálculos complexos de probabilidade às crianças que acabaram de ingressar no ciclo de alfabetização e nos demais anos iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se sim, de permitir que as crianças reflitam sobre alguns elementos que envolvem o raciocínio probabilístico como: a incerteza, a aleatoriedade, o espaço amostral e a independência de eventos, entre outros, para que possam, aos poucos, construir os conhecimentos necessários ao entendimento da probabilidade.

Bryant e Nunes (2012) julgam a probabilidade um conceito muito complexo que envolve quatro exigências cognitivas:

1. Compreensão da natureza e as consequências da aleatoriedade, bem como seu uso cotidiano;
2. Formação e categorização de espaços amostrais;
3. Comparação e quantificação de probabilidades;
4. Entendimento de correlações (relações entre eventos).

Para esses autores, as exigências intelectuais de cada uma dessas etapas são distintas uma das outras, no entanto, elas se complementam. Dessa forma, para a compreensão das situações probabilísticas, se faz mister coordenar o entendimento da aleatoriedade, perceber a totalidade do espaço amostral envolvido na situação, realizar a comparação e ou quantificação de probabilidades e, por fim, analisar se há relações entre os eventos. Bryant e Nunes (2012) defendem ainda que as três primeiras exigências são etapas básicas de todo e qualquer problema de probabilidade, porém, a quarta exigência (entender correlações) nem sempre é necessária, uma vez que as correlações não estão presentes em todas as situações probabilísticas. -

Apesar da compreensão fragilizada apresentada por crianças e também adultos, a aleatoriedade é uma parte comum e importante na vida de todas as pessoas e é considerada por Bryant e Nunes (2012) como uma marca registrada de qualquer problema probabilístico, pois envolve a incerteza, que é uma condição para garantir a equidade e justiça nos casos em que se faz necessário, como lançar uma moeda para estabelecer a escolha de quem inicia com a bola num jogo de futebol ou o sorteio dos números numa loteria. Sabe-se apenas qual a probabilidade de sair cara ou coroa, ou qualquer um dos números da loteria, porém não há exatidão de qual sairá.

No que concerne ao espaço amostral, Bryant e Nunes (2012) argumentam que grande número dos erros cometidos por crianças e adultos acerca da probabilidade se deve, em parte, à frágil compreensão dos elementos que compõem o espaço amostral. Assim, um bom caminho para se resolver problemas probabilísticos é conhecer todas as possibilidades de ocorrência de um evento aleatório, ou seja, o espaço amostral. E para elencar todas as possibilidades de um evento, é necessário lançar mão do raciocínio combinatório. Por exemplo, se queremos saber quais os resultados possíveis de soma 8 no lançamento de dois dados, é necessário combinar os números de cada um dos dados que totalizam 8 que são 2 e 6, 6 e 2, 3 e 5, 5 e 3, 4 e 4. É necessário,

portanto, pensar sobre o espaço amostral que compõe o lançamento de dois dados e fazer uma lista exaustiva de soma 8.

A maior parte dos problemas de probabilidade se referem a cálculos proporcionais que, em geral, apresenta dificuldade acentuada para as crianças, especialmente quando há a necessidade de comparação entre duas ou mais probabilidades diferentes (BRYANT e NUNES, 2012). Há, no entanto situações simples envolvendo probabilidades que podem ser solucionadas a partir da comparação “mais” e “menos”, considerando, por exemplo, a análise do espaço amostral. Para saber a maior ou menor chance de sair determinada soma no lançamento de dois dados, como o 2 e o 6, por exemplo, seria necessário apenas pensar o número de possibilidades de compor cada um desses números: assim, o 2 teria apenas uma possibilidade (1 e 1) e o 6 teria cinco possibilidades (1 e 5, 5 e 1, 2 e 4, 4 e 2, 3 e 3). Logo, o 6 teria maior probabilidade de sair no lançamento de dois dados.

Considerando as exigências cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012) no relatório *Children's understanding of probability - A literature review*, no qual se fez um mapeamento das pesquisas envolvendo o conhecimento probabilístico de crianças, bem como foram apontadas lacunas das pesquisas apresentadas pelos autores no referido documento, no presente estudo buscou-se investigar conhecimentos de crianças acerca da probabilidade, em particular os que se referem às três primeiras exigências cognitivas: compreensão da aleatoriedade, formação do espaço amostral e comparação de probabilidades.

Neste recorte de uma pesquisa de Mestrado, buscou-se investigar aspectos mais intuitivos e menos formais da probabilidade por meio de jogos possíveis de serem vivenciados por crianças no início da escolaridade. Optou-se por observar as compreensões de crianças de anos escolares diferenciados, envolvendo participantes do 1º, 3º e 5º anos, a fim de estabelecer comparação entre grupos de idades/anos distintos.

## MÉTODO

Optou-se por utilizar entrevistas baseadas no Método Clínico Piagetiano, uma vez que o objetivo da pesquisa foi de investigar e analisar compreensões de crianças sobre elementos da probabilidade. Assim, o teste clínico que tem como finalidade compreender o pensamento do participante, analisando a forma como pensa, como resolve problemas e como responde às contra-sugestões do pesquisador (CARRAHER, 1988) daria suporte ao desenvolvimento do estudo. As entrevistas foram realizadas individualmente, após cada criança conhecer as regras do jogo e ter a oportunidade de jogar algumas rodadas. Durante a entrevista, em conformidade com as perguntas norteadoras presentes nos Quadro 1 e 2, novas perguntas, argumentações e questionamentos foram realizados pela pesquisadora com a intencionalidade de que as crianças externassem suas compreensões com maior convicção a partir de reflexões propostas.

Como apontado no relatório de Bryant e Nunes (2012), há carência de estudos que analisem procedimentos de crianças em aleatoriedade por meio de jogos, razão pela qual escolheu-se utilizar esse recurso na presente pesquisa, bem como pelo fato da ludicidade dos jogos trazerem leveza à atividade e maior desejo de participação das crianças. No estudo, portanto, julgam-se jogos como “situações-problema a partir das quais podem ser tratados conceitos e relações matemáticas relevantes para o ensino básico” (PERNAMBUCO, 2012, p. 35).

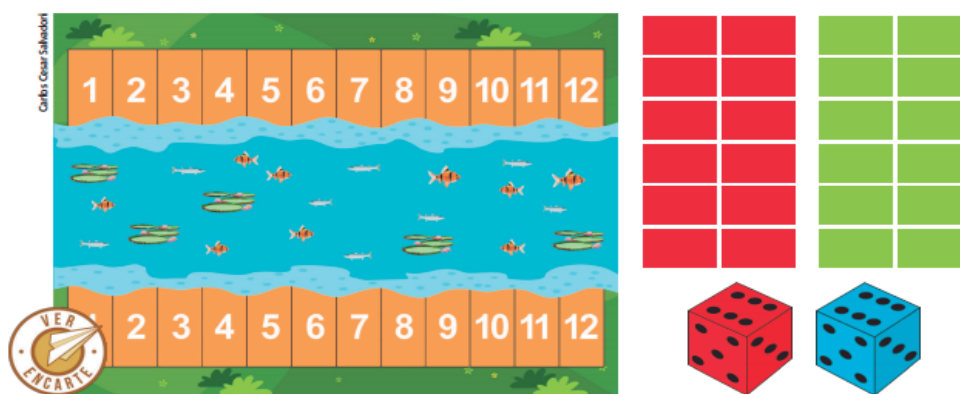
Para a escolha dos jogos foram considerados dois importantes pressupostos da Alfabetização Matemática presentes em Brasil (2014): i) o papel do lúdico e da brincadeira; ii) a necessidade de

aproximação ao universo infantil, respeitando o modo de pensar e a lógica própria utilizada pelas crianças na construção dos conceitos.

Foram selecionados dois jogos para o estudo: o *Jogo Travessia do Rio*, presente no caderno de Jogos na Alfabetização Matemática do Pacto pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2014) e o jogo *Passeios Aleatórios da Rute*, uma adaptação do jogo Passeios Aleatórios da Mônica.

O jogo Travessia do Rio (Figura 1) tem como objetivo resolver adições e analisar possibilidades de soma no lançamento de dois dados, resultando em 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12. Consiste em um tabuleiro que simula um rio com a numeração de 1 a 12 em cada margem. Para jogar, cada jogador escolhe onde deverá colocar suas 12 fichas, podendo colocar mais de uma ficha em cada número e, conseqüentemente, deixando números sem fichas. Ao lançar os dois dados, se a soma coincidir com os números escolhidos, o jogador faz a travessia para a outra margem do rio. Ganha a partida quem realizar a travessia de todas as suas fichas.

**Figura 1** - Jogo Travessia do Rio.

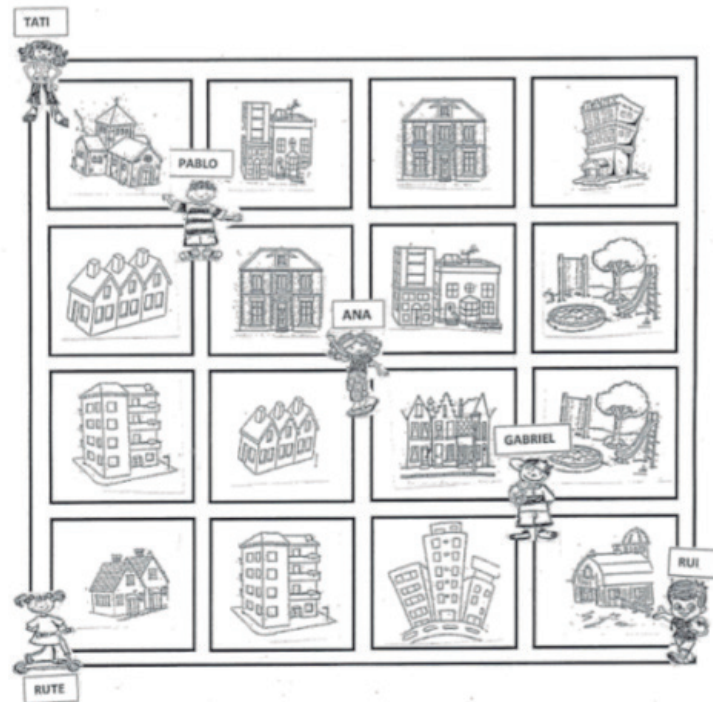


Fonte: Brasil (2014), p. 40.

Já o jogo *Passeios Aleatórios da Rute* (PAR) (Figura 2) foi adaptado da atividade denominada Passeios Aleatórios da Mônica que foi proposto inicialmente por Fernandez e Fernandez (1999) para um estudo envolvendo alunos do Ensino Superior, sobre distribuição binomial. Em seguida, a atividade foi adequada para a Educação Básica por Cazorla e Santana (2006).

No presente estudo, as personagens da Turma da Mônica foram substituídas por Rute e seus amigos: Tati, Pablo, Ana, Gabriel e Rui. Foi contada às crianças a seguinte história antes do início do jogo: *Rute pretende visitar os amigos e para tal, ela criou um jogo. Quando ela sai de casa, lança uma moeda: se sair 'cara' ela anda um quarteirão para direita (em frente, sentido leste) e se sair 'coroa' ela anda um quarteirão para cima (sentido norte). Em cada esquina de quarteirão ela para e lança a moeda novamente. Ela sempre consegue chegar na casa de um amigo após lançar a moeda quatro vezes. Rute só não sabe qual amigo será contemplado com sua visita.*

**Figura 2 - Passeios Aleatórios da Rute.**



Fonte: SILVA (2016).

A pesquisa foi realizada em duas escolas públicas e envolveu 36 crianças do Ensino Fundamental, sendo 12 do 1º ano, 12 do 3º ano e 12 do 5º ano. A escolha das crianças foi realizada pela professora da sala. Cada criança explorou, individualmente, os jogos antes da entrevista, considerando as perguntas norteadoras (Quadros 1 e 2), em conformidade com cada um dos jogos. As perguntas norteadoras da entrevista clínica foram pareadas nos dois jogos, objetivando explorar alguns elementos da probabilidade como os que se relacionam, direta ou indiretamente, ao espaço amostral, à aleatoriedade ou à comparação de probabilidades: chance igual e diferente, evento impossível, evento pouco provável, evento aleatório, independência de eventos, equiprobabilidade e levantamento de possibilidades.

**Quadro 1 - Discriminação das questões do jogo Travessia do Rio.**

JOGO TRAVESSIA DO RIO		
FOCO	QUESTÃO: ORDEM DAS PERGUNTAS	PERGUNTAS NORTEADORAS
COMPARAÇÃO DE PROBABILIDADES	<b>1 - Chance igual</b>	Pedro apostou todas as fichas no 2 e João todas no 12. Quem tem mais chance de ganhar? Por quê?
ESPAÇO AMOSTRAL	<b>2 - Evento impossível</b>	João colocou todas as suas fichas no 1. Ele conseguirá ganhar o jogo? Por quê?
COMPARAÇÃO DE PROBABILIDADES	<b>3 - Chance diferente</b>	Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê?

ESPAÇO AMOSTRAL	<b>4 - Evento Pouco provável</b>	Pedro apostou todas as fichas no 3. Ele tem muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo? Por quê?
ESPAÇO AMOSTRAL	<b>5 - Levantamento de possibilidades</b>	João apostou todas as fichas no 8. Quais números podem sair nos dados para dar 8?
ALEATORIEDADE	<b>6 - Independência de eventos</b>	André jogou o dado uma vez e deu 5, jogou de novo e deu 5, jogou mais uma vez e deu 5. Se ele jogar novamente, você acha que vai sair o 5 de novo? Por quê?
ALEATORIEDADE	<b>7 - Equiprobabilidade</b>	Se você jogar com o dado vermelho e eu com o dado azul quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê?
ALEATORIEDADE	<b>8 - Evento aleatório</b>	Se eu jogar um dado, é mais fácil sair qual dos números? Por quê?

Fonte: Silva (2016).

Cada aluno participou, individualmente, das entrevistas que foram audiogravadas. Por se tratar de uma entrevista do tipo clínica, as perguntas norteadoras apresentadas nos Quadros 1 e 2, serviram de suporte para novas perguntas, argumentações, questionamentos e confrontos posteriores realizados pela pesquisadora, a fim de que o estudante refletisse sobre suas respostas e apresentasse justificativas com mais consistência e com maior convicção.

**Quadro 2** - Discriminação das questões do jogo Travessia do Rio.

<b>JOGO PASSEIOS ALEATÓRIOS DA RUTE (PAR)</b>		
<b>FOCO</b>	<b>QUESTÃO: ORDEM DAS PERGUNTAS</b>	<b>PERGUNTAS NORTEADORAS</b>
COMPARAÇÃO DE PROBABILIDADES	<b>1-Chance igual</b>	Há mais caminhos para Rute encontrar com Pablo ou Gabriel? Por quê?
COMPARAÇÃO DE PROBABILIDADES	<b>2-Evento impossível</b>	É possível Rute chegar a Rui sem sair uma cara? Por quê?
COMPARAÇÃO DE PROBABILIDADES	<b>3-Chance diferente</b>	Todos os amigos terão a mesma chance de serem visitados? Por quê?
ESPAÇO AMOSTRAL	<b>4- Evento pouco provável</b>	Considerando os lançamentos das moedas, há muita, pouca ou nenhuma chance de Rute chegar a Tati?
ESPAÇO AMOSTRAL	<b>5-Levantamento de possibilidades</b>	Quais os caminhos possíveis para Rute chegar a Ana? Liste, considerando os lados da moeda.
ALEATORIEDADE	<b>6-Independência de eventos</b>	Paulo jogou a moeda e saiu cara, jogou novamente e saiu cara, jogou outra vez e saiu cara mais uma vez. Se ele jogar novamente, vai sair cara de novo? Por quê?
ALEATORIEDADE	<b>7-Equiprobabilidade</b>	Se eu lançar uma moeda primeiro e você lançar depois, quem tem a maior chance de tirar cara: eu ou você? Por quê?
ALEATORIEDADE	<b>8-Evento aleatório</b>	Quando eu jogo uma moeda, é mais fácil sair cara ou coroa? Por quê?

Fonte: Silva (2016)

## ANÁLISES E RESULTADOS

As análises aqui apresentadas consideraram cada um dos elementos que, direta ou indiretamente, envolveram as exigências estudadas e que abarcaram a aleatoriedade, o espaço amostral e a comparação de probabilidades. O foco da análise se pautou, especialmente, na qualidade das justificativas e argumentos que as crianças utilizaram como suporte à resposta escolhida à cada questionamento e não apenas em acertos e erros cometidos por elas.

Para analisar a compreensão dos participantes sobre a *aleatoriedade*, considerou-se três perguntas norteadoras que envolveram *independência de eventos*, *eventos equiprováveis* e *eventos aleatórios* nos dois jogos.

### Aleatoriedade: independência de eventos

Considerando a *independência de eventos* no jogo Travessia do Rio, perguntou-se às crianças: *André jogou o dado uma vez e deu 5, jogou de novo e deu 5, jogou mais uma vez e deu 5. Se ele jogar novamente, você acha que vai sair o 5 de novo? Por quê?* Sabe-se que há chances iguais de sair o 5 ou qualquer outro número, ou seja, há uma chance em seis de sair 5, assim como os demais números.

A maioria das crianças, mais de 83%, cometeu o erro de *recência positiva*<sup>1</sup> ou de *recência negativa*<sup>2</sup>. Para ilustrar, apresentam-se alguns argumentos dos que insistiram no equívoco de recência positiva: “porque caiu o 5 um bocado de vez” (Davi<sup>3</sup>, 1º ano); “ele jogou tanto o número 5 que eu acho que vai dar de novo” (Jeane, 3º ano); “ele jogou tantas vezes e dá o 5, dá o 5, aí vai dar de novo, se ele tiver sorte” (Maísa, 5º ano). Os que cometeram o erro de recência negativa afirmaram: “ele jogou direto 5, aí eu acho que vai ser outro número” (Joana, 1º ano); “porque é difícil acertar muitas vezes. Quando eu tava jogando acertei duas vezes no 6, quando joguei de novo, caiu o 4” (Higor, 3º ano); “ele jogou muitas vezes e dessa vez pode estar confiante que vai dar o 5 de novo, mas não vai. Poder, pode, mas não vai dar” (Messias, 5º ano).

Dos alunos pesquisados, menos de 17% apontaram que poderia sair qualquer um dos números no lançamento do dado, alegaram: “Não sei. Eu acho que vai cair qualquer um” (Iago, 1º ano); “pode sair o 5 ou pode sair qualquer um” (Manoel, 3º ano); “as chances são mínimas porque ninguém sabe qual vai cair (...). Não vai dar o 5 ou vai dar o 5, vai dar o 4, o 3, qualquer um” (Kleiton, 5º ano).

Os resultados apresentados em relação à *independência de eventos* no jogo PAR se assemelharam no que diz respeito aos erros cometidos e argumentos apresentados no jogo Travessia do Rio. Foi perguntado às crianças: *Paulo jogou a moeda e saiu cara, jogou novamente e saiu cara, jogou outra vez e saiu cara mais uma vez. Se ele jogar novamente vai sair cara de novo? Por quê?*

As justificativas apontadas pelos alunos quando cometeram o erro de recência positiva (50%) assim como o de recência negativa (42%) apresentaram similitudes. No 1º ano, Maria: “porque jogou 5 vezes e saiu cara” (positiva) e André: “ele jogou muita vez, muita vez e saiu cara, cara, cara, cara e agora vai sair coroa” (negativa); no 3º ano, Jeane: “se ele jogou e saiu cara três vezes é possível que vá sair cara a quarta vez” (positiva) e Késia: “ele jogou tudo de uma vez e foi cara, cara, cara, não é possível que vai ser tudinho como cara não” (negativa); e no 5º ano, Alisson: “sim, porque ele sempre para em cara (positiva) e Ivana: “não, porque já deu muita cara” (negativa).

<sup>1</sup> Crença de que resultados de eventos anteriores influenciam os resultados posteriores, aumentando a probabilidade de se repetirem.

<sup>2</sup> Crença de que resultados de eventos anteriores influenciam os resultados posteriores, aumentando a probabilidade de não ocorrerem novamente.

<sup>3</sup> Os nomes das crianças foram alterados para preservar suas identidades.

No 5º ano, três crianças julgaram que poderia sair qualquer um dos lados da moeda, justificando: “poder, pode (dar cara), porque as expectativas são as mesmas. Porque na moeda tem uma vez cara e uma vez coroa, não tem duas vezes cara e uma vez coroa. É a mesma chance”, afirmou Sérgio, apontando uma compreensão ainda maior do que estava sendo proposto, envolvendo aleatoriedade, porque ele julgou que sairia qualquer face; a equiprobabilidade, porque ele deixou claro que as duas faces teriam a mesma chance; e a independência de eventos, porque não atrelou o evento subsequente aos anteriores. Kleiton relacionou o resultado com a sorte quando disse que “pode ser que sim, pode ser que não. Por causa da sorte. É a sorte e o azar”, já Messias recorre à recente experiência no jogo “porque quando eu tava jogando batia cara, coroa, cara, coroa (...). Tudo não é igual não.”

De uma forma geral, constatou-se que os participantes desta pesquisa não apresentaram uma compreensão adequada acerca da independência de eventos, apesar de que alguns alunos demonstraram noções que necessitariam intervenção para se consolidar. Os estudos explorados por Bryant e Nunes (2012) apontaram que parece não haver melhoria na compreensão das crianças sobre independência de eventos com o passar do tempo, o que se faz especular que a escola não tem contribuído para construção deste importante conceito da probabilidade.

### **Aleatoriedade: eventos equiprováveis**

No que concerne ao entendimento de *eventos equiprováveis* no jogo Travessia do Rio, indagou-se às crianças: “*Se você jogar com o dado vermelho e eu com o dado azul quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê?* Qualquer pessoa teria igual chance de tirar 6 nos dados, ou seja, a probabilidade é de 1 em 6.

Pouco mais de 36% dos alunos afirmaram que ambos teriam a mesma chance de tirar o 6, justificando que “é tudo a mesma coisa (Joana, 1º ano); “as duas (podem tirar), o meu também pode parar no 6” (Diana, 3º ano); “ninguém tem mais chance. Mesma chance, porque nós dois temos um 6” (Sérgio, 5º ano).

Algumas crianças não atentaram para a equiprobabilidade presente na situação e usaram parâmetros particulares, próprios do significado intuitivo da probabilidade (BATANERO e DIAZ, 2007) para justificar suas escolhas, como observado nos argumentos: “porque eu sou o mais inteligente da minha sala” (Davi, 1º ano); “porque a senhora é grande, sabe mais” (Antônio, 1º ano); “porque você tem mais habilidade do que eu. Eu não sou bom em jogar dado não. Tem a ver com a habilidade da mão, com sorte” (Messias, 5º ano).

Em relação ao jogo PAR, perguntou-se aos participantes: *Se eu lançar uma moeda primeiro e você lançar depois, quem tem a maior chance de tirar cara: eu ou você? Por quê?* Assim, como no jogo Travessia do Rio, as chances serão as mesmas, 50% para cara ou para coroa.

Doze dos 36 participantes da pesquisa informaram que ambos teriam a mesma chance de tirar cara. Os alunos do 1º ano não souberam justificar, no entanto, os do 3º e 5º anos apresentaram argumentações mais consistentes: “pode ser eu ou tu. Eu já disse, tia, é a moeda que diz, não é a gente que quer não” (Diana, 3º ano), “as expectativas são as mesmas. Numa moeda tem coroa, na outra moeda tem coroa” (Sérgio, 5º ano).

As demais crianças julgaram que ora eles próprios teriam mais chance, ora a pesquisadora teria mais chance alegando que: “porque todo mundo fica me perguntando como é lá na minha sala para fazer as tarefas” (Davi, 1º ano); “porque a senhora tem mais sorte” (Cássia, 3º ano), “um adulto me disse que quanto mais a pessoa cresce, mais sorte vai ganhando” (Jeane, 3º ano).



Observou-se nos discursos dos participantes o significado intuitivo da probabilidade cujas definições se amparam em opiniões e crenças com uso de linguagem natural que podem se relacionar com concepções que traduzem destino ou sorte (BATANERO e DIAZ, 2007).

Em ambos os jogos, os resultados se assemelharam: as crianças do 1º ano quando justificaram, as argumentações se apresentaram fragilizadas. As crianças do 3º e 5º anos apresentaram equilíbrio em suas respostas com justificativas mais consistentes, embora não se possa afirmar que estas tenham compreensão consolidada sobre a equiprobabilidade, mas que possuem noções que necessitam incentivo para solidificação.

### **Aleatoriedade: eventos aleatórios**

Para analisar as compreensões acerca de eventos aleatórios no jogo Travessia do Rio, utilizou-se a pergunta norteadora: *Se eu jogar um dado, é mais fácil sair qual dos números? Por quê?* No lançamento de um dado a probabilidade de sair qualquer um dos números é igual a aproximadamente 17%.

A maioria das crianças apontou um número específico, julgando que o número de sua escolha teria mais chance de sair que os demais. Mais de 83% dos alunos do 1º ano e quase 67% do 3º ano e também do 5º ano fizeram esta opção e apresentaram como justificativas: “porque jogo direto e fica saindo o 6” (André, 1º ano); “o 4 porque ele cai tão fácil assim” (Anita, 3º ano); “o 5, porque quando tô jogando com meu irmão sai mais o 5 pra mim” (Sérgio, 5º ano).

Três alunos, pouco mais de 8 % dos alunos, sendo um do 1º ano e dois do 3º ano consideraram que poderia sair qualquer um dos números, informando: “tudo igual, pode cair qualquer um” (Iago, 1º ano), “a mesma coisa, qualquer um pode cair. Não pode impedir de cair” (Cássia, 3º ano), “qualquer um, porque jogando ele roda lá em cima e, se cair, vira qualquer número” (Ricardo, 3º ano).

No jogo PAR foi solicitado às crianças que respondessem a seguinte pergunta *Quando eu jogo uma moeda é mais fácil sair cara ou coroa?* a fim de observar as compreensões das mesmas sobre eventos aleatórios. Sabe-se que os resultados cara e coroa são equiprováveis numa moeda não viciada: 50%.

A quarta parte dos alunos do 1º ano julgou que poderia sair qualquer uma das faces, enquanto apenas um aluno do 3º respondeu corretamente. Já no 5º ano, metade dos alunos respondeu corretamente a situação. Salienta-se algumas justificativas: “qualquer coisa porque sempre que joga a moeda sai qualquer coisa” (Ana, 1º ano); “é a mesma coisa de jogar cara ou de jogar coroa” (Cássia, 3º ano); “eu joguei aqui e saiu mais cara. Pode sair cara ou coroa. Cada pessoa não sabe o que vai jogar. Pode sair cara, pode sair coroa” (Kleiton, 5º ano).

Dos alunos que acharam que sairia uma das faces, argumentaram que “porque quando eu joguei saiu um mói de vez cara e pouca vez coroa” (Jonas, 1º ano); “pra mim é cara, pras outras pessoas é coroa (Laura, 3º ano); “se a gente jogar da maneira certa vai sair cara” (Samuel, 5º ano).

Imagina-se que atividades que contemplem a *probabilidade frequentista* possam minimizar as fragilidades apresentadas nas compreensões das crianças sobre eventos aleatórios. Observou-se que em alguns discursos dos alunos estabeleceu-se a relação da aleatoriedade com a sorte ou azar, como por exemplo na fala de Everaldo do 5º ano que afirmou “porque eu tenho azar, quando eu jogo só cai coroa”. Bryant e Nunes (2012) alegam que a associação da aleatoriedade com a sorte ou azar repousa no folclore presente em outros contextos que podem estar relacionados a situações não aleatórias e esta base não é boa para realizar previsões de eventos aleatórios.

O conceito de aleatoriedade não está solidificado e é muito intuitivo na maioria das crianças. Foram constatados pequenos avanços das crianças mais velhas no que concerne à compreensão da

aleatoriedade em comparação com as mais novas, apesar do conceito não se encontrar consolidado em nenhum grupo pesquisado. As crianças do 5º ano apresentaram melhores resultados, especialmente nas justificativas. Dos três focos tratados neste estudo que contemplam a aleatoriedade, a independência de eventos foi a que apresentou maior fragilidade por parte dos alunos. Entretanto, constatou-se indícios de compreensões sobre a aleatoriedade que podem servir de plataforma para o desenvolvimento de um trabalho de instrução escolar.

Para discutir a compreensão dos pesquisados sobre o *espaço amostral* foram utilizadas três perguntas norteadoras que remeteram ao *levantamento de possibilidades*, *evento impossível* e *evento pouco provável* nos dois jogos.

### Espaço amostral: levantamento de possibilidades

Em relação ao *levantamento de possibilidades* foi proposto às crianças a seguinte situação: *João apostou todas as fichas no 8. Quais números podem sair nos dados para dar 8?* As formas possíveis de dar 8 no lançamento de dois dados são: 2 e 6, 6 e 2, 4 e 4, 5 e 3, 3 e 5. As crianças puderam manusear e contar nos dados para responder à indagação.

Todos os alunos elencaram, ao menos, uma possibilidade que resultou no 8. Apesar de apenas uma criança registrar as cinco possibilidades existentes, 78% do grupo pesquisado elencou ao menos, duas possibilidades, das quais 20 propôs três ou mais maneiras de compor 8 no lançamento de dois dados, conforme Tabela 1.

**Tabela 1** - Síntese de quantidade de possibilidades de soma 8 no lançamento de dois dados, elencados por alunos (por ano).

Ano	1 possibilidade	2 possibilidades	3 possibilidades	4 possibilidades	5 possibilidades
1º	5	1	4	1	1
3º	3	3	6	0	0
5º	0	4	8	0	0

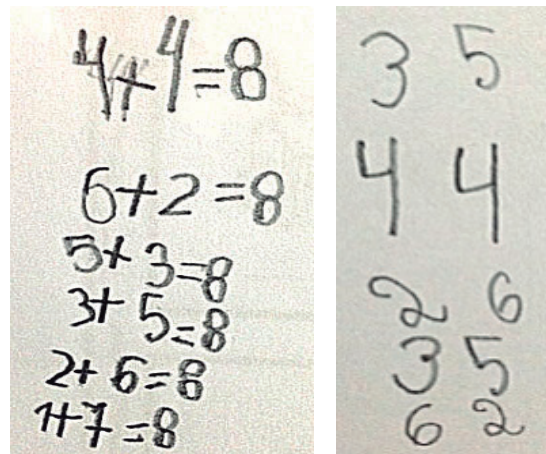
Fonte: SILVA (2016).

Algumas crianças apresentaram dificuldades na realização de uma lista exaustiva, como confirmado por Pessoa e Borba (2009) em estudos sobre Combinatória. No entanto, nenhuma criança se negou a tentar e nem disse que não sabia. Algumas julgaram difícil e fizeram várias tentativas, mas conseguiram, ao menos um modo de formar o 8.

Observou-se que nenhum aluno do 5º ano propôs mais de três possibilidades e constatou-se que eles descartavam, por exemplo, a soma  $2 + 6$ , se já tivessem registrado  $6 + 2$ . Para eles, estas duas possibilidades eram iguais, por isso, alguns apagaram os registros e comentavam: “esse já tem”, “já fiz esse”. Assim, as crianças que elencaram três possibilidades acharam que não havia outros modos de realizar a soma 8 nos dois dados. É importante pontuar que a atividade foi realizada com o manuseio de dados em cores diferentes: azul e vermelho, para que as crianças pudessem observar a diferença de possibilidades entre o 6 no dado azul com o 2 no vermelho e do 2 no azul com o 6 no dado vermelho.

Apenas um aluno do 1º ano, o André, fez o registro de todas as possibilidades de soma 8 no lançamento de dois dados (Figura 3a). Antônio, outro aluno do 1º ano registrou quatro possibilidades (Figura 3b) e repetiu uma delas (3 e 5), o que nos leva a conjecturar que os alunos do 1º ano não analisaram os registros realizados, por isso não refletiram se, por exemplo,  $6 + 2$  e  $2 + 6$  eram, ou não, possibilidades distintas, como ocorreu com alunos do 5º ano que abdicaram do registro por analisar as escritas anteriores e julgarem, equivocadamente, que se tratava de uma mesma possibilidade.

**Figuras 3a e 3b** - Registro de possibilidades de soma 8, por alunos do 1º ano, no lançamento de dois dados.



Fonte: Silva (2016).

Bryant e Nunes (2012) pontuam que há duas exigências intelectuais para a análise do espaço amostral: eliminar qualquer elemento impossível e listar todos os elementos possíveis. Apenas o aluno André do 1º ano, citado anteriormente, elencou um elemento impossível:  $7 + 1$  (Figura 3). Ao ser questionado pela pesquisadora, ele disse que não tinha 7 no dado, mas que iria registrar mesmo assim porque o resultado dava 8. E o fez!

No jogo PAR questionou-se às crianças: *De quantos jeitos diferentes (caminhos diferentes) Rute pode chegar a Ana? Liste, considerando os lados da moeda (cara ou coroa)*. Há seis caminhos diferentes para se chegar em Rute: cara, cara, coroa, coroa; cara, coroa, cara, coroa; cara, coroa, coroa, cara; coroa, coroa, cara, cara; coroa, cara, coroa, cara; coroa, cara, cara, coroa.

Todas as crianças listaram, no desenho de que dispunham, ao menos, dois caminhos, ou seja, duas possibilidades (Tabela 2) e depois transcreveram em sequências de cara e coroa.

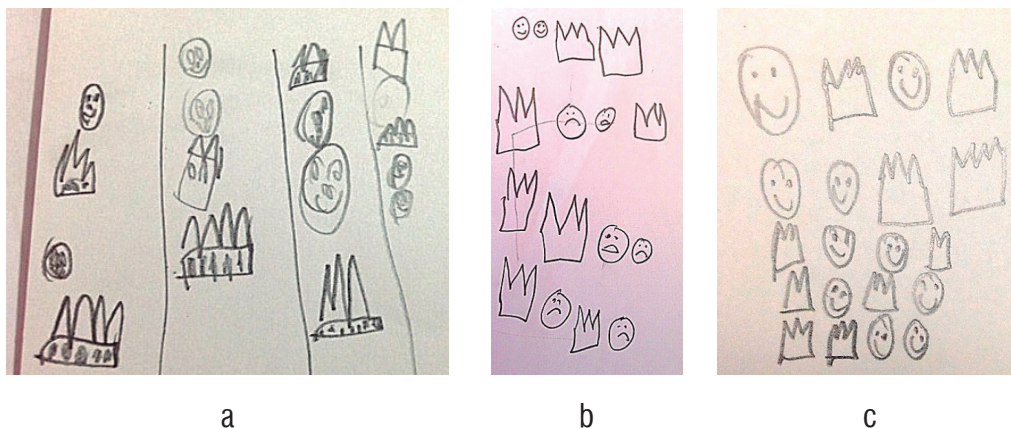
**Tabela 2** - Quantidade de possibilidades listadas pelas crianças no jogo PAR, por ano

	2 possibilidades	3 possibilidades	4 possibilidades	5 possibilidades
1º ano	1	5	4	2
3º ano	1	5	3	3
5º ano	1	1	8	2

Fonte: Silva (2016)

Embora nenhum aluno tenha listado as seis possibilidades, pelo menos, duas crianças de cada ano, listaram 5 caminhos possíveis de Rute chegar a Ana. Os registros de alguns participantes que não estavam ainda alfabetizados foram feitos com desenhos como mostram as Figuras 4a, 4b e 4c.

**Figuras 4a, 4b e 4c:** Registros de possibilidades de seqüências de duas caras e duas coroas (1º ano).



Fonte: Silva (2016).

Diferentemente de soma 8 no lançamento de dois dados, nesta proposta do jogo PAR as crianças não descartavam a possibilidade que poderia parecer repetida, mesmo porque todos os registros eram formados por seqüências de duas caras e duas coroas em ordens diferentes, além de que os pesquisados refletiram sobre os “caminhos” no desenho e não sobre as caras e coroas.

### **Espaço amostral: evento impossível**

No que tange a *evento impossível* no jogo Travessia do Rio, perguntou-se às crianças: *João colocou todas as fichas no 1. Ele conseguirá ganhar o jogo? Por quê?* Sabe-se que no lançamento de dois dados é impossível obter a soma 1.

Cerca de 92% das crianças pesquisadas informaram que João não ganharia o jogo. No entanto, nem sempre os argumentos apresentados sustentavam a compreensão sobre elemento impossível, como observado em algumas justificativas: “porque escolheu menos” (Ivan, 1º ano); “para mais em números além do 1” (Iago, 1º ano); “é o número mais pouco dos números (Jeane, 3º ano).

As crianças que acertadamente justificaram a presença do evento impossível informaram que: “porque não tem nada (se referindo ao 0 no dado) para ficar um. Tem como se tivesse 0 no dado” (André, 1º ano); “porque são dois dados e ele jogou as fichas só no 1. Nos dois dados só dá 2, 6 e 10. Não dá 1 não!” (Ricardo, 3º ano); “se cair dois dados vai dar 2. Só com um dado ele pode ganhar o jogo” (Maísa, 5º ano).

Semelhantes resultados ocorreram na exploração de *evento impossível* no jogo PAR ao indagar às crianças: *É possível Rute chegar à casa de Rui sem sair cara? Por quê?* Na situação para chegar a Rui, Rute teria que tirar uma seqüência de quatro caras seguidas, o que tornou o evento impossível bem óbvio para a maioria das crianças.

De uma forma geral, as crianças não tiveram dificuldade em responder corretamente à questão. Apenas duas crianças do 1º ano e 1 do 3º responderam equivocadamente inicialmente, mas após confronto da pesquisadora, alteraram a resposta.

Os alunos apresentaram como justificativas de suas respostas: “porque se não cair cara, cai coroa, aí ele chega em Tati” (Ana, 1º ano); “porque cara é pra andar pra direita e coroa é pra andar pra cima e se ela andar pra cima não vai dar pra visitar Rui” (Jeane, 3º ano); “tem que sair só cara pra chegar em Rui: quatro caras” (Larissa, 5º ano).

Nóbrega e Spinillo (2015) constataram em seus estudos que mesmo crianças de 5 anos já são capazes de pensar sobre noções de possível, impossível e certeza. A pesquisa de Carvalho (2005) aponta para a relativa facilidade das crianças em eliminar eventos impossíveis a partir de um espaço amostral. No presente estudo evidenciou-se que as crianças não apresentaram dificuldades em observar o evento impossível nos dois jogos, embora as crianças mais velhas tenham percebido mais rapidamente, com justificativas mais coerentes e quase sempre sem a necessidade da intervenção da pesquisadora. Entretanto, Bryant e Nunes (2012) alertam que nem sempre é fácil para as crianças diferenciarem evento possível, mas altamente improvável, de evento impossível, como também observado na presente pesquisa.

### **Espaço amostral: evento pouco provável**

Para tratar de evento *pouco provável*, indagou-se aos participantes: *Pedro apostou todas as fichas no 3. Ele tem muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo? Por quê?* Para conseguir sair o 3 no lançamento de dois dados há apenas duas possibilidades:  $2 + 1$  e  $1 + 2$ , ou seja, 2 em 36, tornando este evento pouco provável em comparação com, por exemplo, o 7 que tem seis possibilidades em 36.

Constatou-se que cerca de 64% dos alunos opinaram corretamente, informando que João teria pouca chance de ganhar o jogo. No entanto, apesar dos argumentos apresentados pelos alunos do 5º ano quase sempre comprovarem indícios de compreensão sobre evento pouco provável, algumas crianças, especialmente do 1º ano e também do 3º, nem sempre apresentaram justificativas coerentes com a situação, como por exemplo: “porque ele escolheu o 3 e é pouco” (Ivan, 1º ano); “porque o número é muito baixo” (Artur, 3º ano), associando a chance ao valor absoluto do número.

Dos alunos que acertaram a resposta e apresentaram argumentos mais coerentes, próximos de alguma compreensão sobre o assunto, pontua-se alguns discursos de alunos do 5º ano: “fica difícil cair 2 em um (dado) e 1 no outro” (Sérgio), “porque o 3 cai poucas vezes” (Gil), “eu não acho que vai cair 1 e 2. Vai cair pouco” (Ivana), “porque o dado cai muitos números e não tem muita chance de cair 1 e 2” (Laura).

As crianças que informaram que haveria muita chance de sair o 3, alegaram, por exemplo que: “está mais perto” (Grace, 1º ano), relacionando o número 3 com a proximidade com o 1 que seria, para ela, o 1º lugar; “se ele bater 2 e 1 fica 3” (Fagner, 1º ano), confundindo evento possível com provável e “porque 3 tá no terceiro lugar” (Antônio, 1º ano) associando o número não à soma das faces do dado e, sim, ao valor ordinário.

Na discussão de evento *pouco provável* no jogo PAR, a pergunta norteadora utilizada foi: *Considerando os lados da moeda, há muita, pouca ou nenhuma chance de Rute chegar a Tati?* Para chegar até a amiga Tati, Rute terá que tirar uma sequência de quatro coroas, tendo 1 chance em 16 de ocorrer, logo o evento é pouco provável se comparado por exemplo, com Gabriel, Ana e Pablo.

No 1º ano, mais da metade das crianças julgaram o evento muito provável, alegando que: “se ela jogar a moeda muitas vezes e sair coroa, ela chega em Tati” (Ana), “porque coroa é bom” (Antônio), “porque é bem perto” (Maria), “porque é só ir assim (faz o percurso com o dedo)” (Davi). Mesmo os que informaram que haveria pouca chance, nem sempre justificaram adequadamente, como por exemplo: “pra subir é uma subida e a subida é muito longe” (Jonas).

Diversas crianças também do 3º e 5º ano comunicaram que haveria muita chance de Rute chegar a Tati, argumentando que “porque se sair só muita coroa, aí ela vai chegar aqui e pronto” (Késia, 3º ano), “se der quatro coroas chega nela” (Laura, 5º ano). Ambos os alunos confundiram o evento possível (sair quatro coroas) como evento muito provável.

Dos alunos do 3º e 5º anos que responderam coerentemente ao questionamento justificaram “ela pode ir para o outro lado, se sair cara vai pra lá” (Artur, 3º ano), “porque tem vez que vai pra cara e tem vez que vi pra coroa” (Diana, 3º ano), “não é fácil dar só coroa, pode dar cara, pode dar coroa” (Maísa, 5º ano), “o caminho é para cima e tem que tirar sempre coroa” (Sérgio, 5º ano).

Percebeu-se que as crianças obtiveram resultados melhores no jogo Travessia do Rio com 64% de acertos que no jogo PAR que contou com pouco mais de 44% de respostas corretas. Em contrapartida, nos argumentos apresentados pelos alunos, a reflexão sobre o espaço amostral foi mais evidenciada no jogo PAR que no Travessia do Rio. Ainda assim, observa-se a fragilidade de compreensão das crianças sobre o conhecimento do espaço amostral. Algumas crianças apontaram indícios de compreensões, outras mostraram entendimentos incoerentes. No entanto, as percepções intuitivas iniciais das crianças servem como plataforma para o ensino e não podem ser desprezadas.

Trabalhou-se com duas perguntas norteadoras para analisar as compreensões das crianças acerca da *comparação de probabilidades* envolvendo *chances iguais* de ocorrência de um evento e *chance diferentes*.

### **Comparação de probabilidades: chances iguais**

Nas situações propostas às crianças não seria necessário calcular probabilidades de cada evento para compará-los, bastaria que houvesse reflexão sobre o espaço amostral. Objetivando analisar as *chances iguais* no jogo Travessia do Rio foi perguntado aos alunos: *Pedro apostou todas as fichas no 2 e João todas as fichas no 12. Quem tem mais chance de ganhar? Por quê?* Nesta situação, as chances de Pedro e João são iguais, pois só há uma chance em 36 para cada um, de sair tanto o número 2 ( $1 + 1$ ), quanto o número 12 ( $6 + 6$ ), no lançamento de dois dados.

Somente três crianças (aproximadamente 8%) julgaram que as chances seriam iguais. No 1º ano, a criança informou que seriam os dois ou nenhum dos dois, justificando que “sai mais todos os números” (André). No 3º ano, a aluna disse que “todos dois têm a mesma chance de ganhar” (Cássia) e mostrou nos dados que se parasse 1 e 1, Pedro passaria e se parasse em 6 e 6 João passaria. O estudante do 5º ano, após reflexões junto à pesquisadora informou que “tem chance igual, porque pode ser somado pela conta do dado” (Samuel, 5º ano) (, se referindo que pode dar 12 e também 2 ao contar nos dois dados).

Observou-se que a maioria dos alunos do 1º ano utilizou como justificativa, não a análise do espaço amostral e, sim, a observação dos números 2 ou 12 em relação a seu valor absoluto, ordinário ou de ‘proximidade’ com a vitória ou, ainda, a recente experiência do jogo. A maioria dos alunos do 3º ano acharam que João teria mais chance de ganhar, alegando que “se cair dois, tem que cair um e um e é difícil; se cair 6 e 6 que é 12 que é mais fácil de ganhar” (Higor); “porque cada um pode ter

sua sorte, não é?” (Paulo). Já no 5º ano, a maioria considerou que Pedro teria mais chance. Eles apresentaram justificativas como: “as chances são mínimas, mas vai dar o 2 porque sempre cai o número menor quando jogo” (Kleiton); “porque para chegar no 12 tem que balançar muito os dados” (Everaldo).

Independente do ano de escolaridade, poucas crianças conseguiram comparar as probabilidades envolvidas na situação considerando a análise dos espaços amostrais. As comparações, quase sempre, apresentaram comparações do número 2 e 12 considerando a ordem “ele está em 2º lugar” (Antônio, 1º ano) ou pela possível facilidade de cair um dos números nos dados “se sair 6 e 6 dá 12, que é mais fácil” (Maísa, 5º ano).

No que concerne à análise de compreensões sobre a comparação de eventos com *chance igual* no jogo PAR, perguntou-se aos alunos: *Há mais caminhos para Rute encontrar Pablo ou Gabriel?* Para encontrar Gabriel é necessário tirar três caras e uma coroa, em qualquer ordem (cara, cara, cara, coroa, por exemplo) e para chegar em Pablo é preciso sair três coroas e uma cara em qualquer sequência (coroa, coroa, coroa, cara, por exemplo).

Esperava-se que os alunos resgatassem a quantidade de caminhos possíveis (espaço amostral) para Rute chegar a Gabriel e a Pablo e, assim, concluíssem que os dois teriam a mesma chance de serem visitados. Cada amigo tem 4 chances em 16 de receberem a visita de amiga Rute.

Cerca de 56% das crianças julgaram que Gabriel teria maior chance. Acredita-se que a posição de Gabriel no desenho possa ter motivado estas escolhas, enquanto Pablo se encontra ‘acima’ de Rute. Por vezes, foi observado que os alunos dissociaram-se do jogo e da situação proposta para analisar apenas o desenho e esqueceram os lados da moeda ou analisaram o número e esqueceram o lançamento dos dados, no caso do jogo Travessia do Rio.

As crianças do 1º ano consideraram, quase sempre, a análise da distância como: “é mais perto” (Jonas); “é mais longe” (Antônio); ou a experiência do jogo: “porque chegou mais vezes nesse quando joguei” (Joana). Alguns apontaram indícios de comparação das possibilidades de caminhos, apesar do equívoco, como André que afirmou: “porque ela chega duas vezes aqui e uma aqui” (André) apontando os caminhos no desenho.

No 3º ano, Cássia mostrou dois caminhos para chegar em Pablo e três para chegar em Gabriel. Acredita-se que, por meio de intervenção e mais tempo de jogo, alunos como André (1º ano) e Cássia podem avançar na compreensão referente ao tema em discussão. Dos alunos do 3º ano que informaram que ambos teriam a mesma chance de ganhar, apresentaram como justificativas: “ele parou quatro vezes em Pablo e em Gabriel também” (Jeane); “todos os dois são mais perto, é a mesma coisa, são mais rápido para chegar” (Ricardo).

Dos participantes do 5º ano, a metade julgou que Gabriel teria mais chance, se pautando em argumentos apoiados na experiência recente do jogo: “porque bateu em Gabriel mais vezes quando joguei” (Ivana); “porque quando eu joguei aqui deu três vezes em Gabriel e duas em Pablo” (Everaldo). Dos que acharam que ambos teriam a mesma chance, argumentaram, por exemplo, “as expectativas são as mesmas porque tem quatro caminhos” (Sérgio).

Apenas 22% dos pesquisados julgou que os dois teriam a mesma chance. A maioria das crianças realizou a comparação de probabilidades desconsiderando a análise do espaço amostral, recorrendo ora ao tamanho do número (2 ou 12) no jogo Travessia do Rio, ora à suposta distância entre as personagens do jogo PAR. Dessa forma, apesar de algumas respostas estarem certas, as justificativas eram incoerentes, denotando fragilidade na compreensão do tema em estudo.

Muitas respostas se pautaram na recente experiência do jogo, o que se leva a conjecturar que se os jogos forem explorados profundamente com mais tempo, discussões, reflexões e retomadas, as

crianças poderão reelaborar sua forma de pensar, construindo um aprendizado probabilístico a partir das experiências e atividades orientadas.

### Comparação de probabilidades: chances diferentes

Quanto à comparação de probabilidades com *chances diferentes* de ocorrência no jogo Travessia do Rio foi indagado às crianças: *Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê?* Para formar o 7 no lançamento de dois dados há seis possibilidades (1 + 6, 6 + 1, 2 + 5, 5 + 2, 3 + 4 e 4 + 3), em quanto para formar o 11 há apenas dois modos (5 + 6 e 6 + 5), logo há mais chance de sair 7 do que o 11.

A maioria das crianças, mais de 19%, do 1º ano considerou que o 7 seria o número que teria mais chance de sair, não exatamente porque estabeleceram a comparação adequada, como mostrado nas seguintes justificativas: “porque tá mais perto de ganhar” (Davi); “porque fica no sétimo lugar” (Antônio); “porque ele escolheu o 7 e tem 7 vidas” (Raíssa).

Dos alunos que escolheram o 11 (42%), alegaram: “porque escolheu mais, é muito dinheiro” (Ivan, 1º ano); “porque é o maior número, é quase o maior de todos, tirando o 12” (3º ano), “porque o 11 é muito mais e o 7 é muito menos” (Cássia, 3º ano).

Das justificativas adequadas, destacam-se “para dar 11 sai 5 e 6 e para dar 7 sai 5 e 2, 6 e 1 e 4 e 3” (Higor, 3º ano); “o 7, porque sai muitas vezes, o dado gira e sai muitas vezes, tipo sai um 3 e um 4” (Gil, 5º ano); “foi uma resenha para cair o 11 aqui. O 7 é mais fácil de cair o número em dois dados, porque pode cair 4, 3. Aí o 11 não tem muita chance porque não cai muito os números. O 7 pode cair 5 e 2, 6 e 1” (Laura, 5º ano).

*Todos os amigos terão a mesma chance de serem visitados? Por quê?* foi a pergunta norteadora para tratar de *chances diferentes* no jogo PAR. No jogo, Ana tem seis possibilidades de caminhos, enquanto Pablo e Gabriel têm quatro e Rui e Tati têm apenas uma chance em 16. Logo, nem todos os amigos teriam a mesma chance de serem visitados. Esperava-se que as crianças pudessem comparar ao menos dois amigos de Rute que não tivessem as mesmas chances a partir da análise dos caminhos possíveis.

As crianças do 1º ano, em sua maioria, que informaram que as chances eram diferentes, consideraram a possível distância ou o formato do percurso, como nos discursos proferidos a seguir: “Rui tem mais chance porque tem que ir direto” (Davi), “esses (Pablo e Gabriel) tem mais chance porque é mais perto e é muito longe e ruim chegar nessa (Ana), “alguns têm mais chance: Tati porque num instante ela chega aqui”.

No 3º ano, alguns argumentos se assemelharam aos do 1º ano para justificar as diferenças de chances entre os amigos de Rute: “Rui e Tati têm mais chance de ser visitados porque Rui é mais perto e Tati é mais perto. Mesmo o caminho tendo a mesma quantidade (de quarteirões), o caminho é mais complicado (para chegar aos demais)” (Jeane); “Tati tem mais chance porque chega mais rápido” (Cássia); “tem um que tem mais chance que vai subindo direto” (Kátia).

Dos que julgaram que teria a mesma chance, Ricardo do 3º ano informou “todos têm a mesma chance (...) Tô pensando, por causa que pode tirar cara ou coroa” confundindo as chances de sair cara e coroa na moeda com as diferentes chances de sair quatro sequências distintas de caras e coroas.



No 5º ano, a maioria considerou que todos teriam a mesma chance, usando como argumentos: “todos têm, porque todos têm quatro caminhos” (Sérgio); “cada um tá no mesmo bairro, cada um tem igual alinhamento” (Melissa). Dos que disseram que as chances eram diferentes, exemplifica-se: “aí é diferente, o joguinho funciona com uma moeda girando para ver onde sai. Aí tem vez que não sai alguns coleguinhas dela (...) Pablo, Ana e Gabriel são os mais visitados” (Samuel).

Percebeu-se que dos 58% dos alunos que acertaram a questão, houve uma gradação na qualidade das respostas das crianças: as do 1º ano faziam basicamente a relação perto-longe, as do 3º avançaram um pouco na justificativa, usando os lados da moeda, enquanto as do 5º ano comparam os percursos e também usam os lados da moeda, apesar de ainda se equivocarem na resposta.

Poucas crianças refletiram conscientemente sobre o espaço amostral para estabelecer a comparação de probabilidades. Elas apresentam percepções intuitivas, baseadas, especialmente na experiência vivenciada no jogo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo o significado intuitivo da probabilidade, de acordo com Batanero e Diaz (2007), foi evidenciado pelas crianças, em especial por meio da linguagem natural baseada em crenças e opiniões.

As compreensões intuitivas nem sempre coerentes apresentadas pelas crianças acerca das exigências cognitivas exploradas nesta pesquisa servem como plataforma para um aprendizado mais adequado dos conceitos, desde que haja instrução. Bryant e Nunes (2012) citam Fischbein (1987) que defende que mesmo as crianças mais novas possuem algumas ideias sobre probabilidade. Elas apresentam intuições consideradas primárias que nem sempre são adequadas, no entanto, servem de suporte para a ampliação dessas compreensões intuitivas em outras mais elaboradas, a partir de intervenções (FISCHBEIN, 1987 apud BRYANT E NUNES, 2012).

Observou-se avanços de compreensão das crianças mais velhas em comparação com as mais novas. Apesar de nenhum dos conceitos discutidos aqui estarem consolidados, as crianças apresentaram potencial para o desenvolvimento e aprendizagem deles. Os participantes não apresentaram compreensão adequada de independência de eventos cometendo o erro de recência positiva ou negativa e tiveram dificuldades em fazer uma lista exaustiva dos elementos de um evento, embora todos tenham registrado pelo menos uma possibilidade. Apresentaram um pouco mais de facilidade na identificação de evento impossível e evento pouco provável. A maioria das crianças não conseguiu estabelecer a comparação de probabilidades considerando a análise dos elementos que compõem os eventos.

Evidenciou-se que os jogos deste estudo se configuram como facilitadores e motivadores da aprendizagem de noções probabilísticas e podem ser usados não apenas para identificar e analisar as compreensões das crianças, mas, sobretudo, para ampliar o entendimento delas acerca de conhecimentos que envolvem o raciocínio probabilístico. Dessa forma, os jogos podem possibilitar o desenvolvimento da alfabetização probabilística (GAL, 2004), principalmente por contemplar e permitir discussões de elementos cognitivos referentes à aleatoriedade, independência de eventos, incerteza, cálculo de probabilidades, linguagem e contexto, bem como de alguns componentes posicionais como crenças e atitudes.

## REFERÊNCIAS

- BATANERO, C. DIAZ, C. **Meaning and understanding of mathematics. The case probability.** In JP.Van Bendengen y K. François (Eds); Philosophical Dimensions in Mathematics Education, p. 107-128, New York: Springer, 2007.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** (1º e 2º ciclos do ensino fundamental). v.3. Brasília: MEC, 1997
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática.** Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.
- BRYANT, Peter. NUNES, Terezinha. **Children's understanding of probability:** a literature review. Nuffield Foundation. 2012, 86p. Disponível em <<https://goo.gl/t6wuxw>>. Acesso em: 25 jul. 2016.
- CARRAHER, Terezinha Nunes. **O método Clínico usando os exames de Piaget.** 5. Ed. São Paulo: Cortez, 1998
- CARVALHO, Rosália Policarpo Fagundes. **A formação de conceitos probabilísticos em crianças de 4ª série do ensino fundamental.** Dissertação. Universidade Católica de Brasília, 2005.
- CAZORLA, I. M. KATAOKA, V. Y. NAGAMINE, C. M. L. **Os passeios aleatórios da Carlinha.** A estatística vai à escola. Coleção UESC. Projeto: Avale - Ambiente Virtual de apoio ao Letramento Estatístico. Ilhéus: Universidade Estadual de Santa Cruz, 2011. Disponível em: <<https://goo.gl/ITcRfU>>. Acesso em: 28. set. 2014.
- CAZORLA, I. e SANTANA, E. **Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio.** Itabuna, BA: Via Litterarum, 2006.
- FERNANDEZ, Dinara W. Xavier, FERNANDEZ, Dierê Xavier. **O Prazer de Aprender Probabilidade Através de Jogos: Descobrendo a Distribuição Binomial.** Atas da Conferência Internacional "Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística - Desafios para o Século XXI". Florianópolis, SC. De 20 a 23 de setembro de 1999.
- FISCHBEIN, Efraim. **Intuition in Science and Mathematics.** Dordrecht: Reidel (1987).
- GAL, Iddo. **Towards 'probability literacy' for all citizens.** In G. Jones (ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning, p. 43-71. Kluwer Academic Publishers, 2004
- LOPES, Celi. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação de professores.** Cad. Cedes. Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008
- NÓBREGA, Giselda Magalhães Moreno. SPINILLO, Alina Galvão. **A concepção do possível em crianças aplicadas a situações de probabilidade e combinatória.** In: Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4º, 2015, Ilhéus, Bahia, Brasil, p. 2216-2223.
- PERNAMBUCO. **Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.** Secretaria de Educação. UNDIME:PE, 2012, 145 p.

SILVA, Rita de Cássia Batista da. **É a moeda que diz não é a gente que quer não: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos.** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2016.

SPINILLO, Alina Galvão. **Noções iniciais das crianças sobre probabilidade.** Temas em Psicologia. Ribeirão Preto, Abr, v. 3, n. 1, p. 47-68, 1995.

VIALI, Lori. **Algumas Considerações Sobre a Origem da Teoria da Probabilidade.** Revista Brasileira de História da Matemática, v. 8, p. 85-97, 2008.

---

**RECEBIDO EM:** 10 jun. 2016.

**CONCLUÍDO EM:** 14 set. 2016.

