VIDYA, v. 35, n. 1, p. 15-40, jan./jun., 2015 - Santa Maria, 2015. **ISSN** 2176-4603

ASPECTOS EMERGENTES NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE POLÍGONO POR ALUNOS DO 6º ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA

EMERGENTS ISSUESON THE CONSTRUCTION OF THE CONCEPTOF POLYGON FOR 6TH GRADE STUDENTS OF A PUBLIC SCHOOL

RAFAEL TEIXEIRA DOS SANTOS*
MARCELO ALMEIDA BAIRRAL**

RESUMO

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que buscou identificar e analisar noções que emergem na construção do conceito de polígonos mediante atividades variadas. Foi realizada uma intervenção mediante a utilização de fichas avaliativas, com a manipulação do Tangram e de outros materiais manipulativos e uma atividade com o *software* livre *GeoGebra*. A análise esteve focada na produção de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Seropédica, Estado do Rio de Janeiro. Um estudo de caso é exemplificado. Os resultados elucidam ideias (desenhos, símbolos, figuras, linhas retas) dos discentes nas diferentes situações de aprendizagem implementadas e algumas relações (ter a forma de, ser parecido com) que emergiram em suas respostas e interações sobre polígonos. A investigação contribui com a aula de matemática mediante a exemplificação de noções dos alunos que podem ser potencializadoras pelo professor no trabalho com polígonos.

Palavras-chave: Construção Conceitual. Formas poligonais. Registros. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The research identifies and analyzes notions that emerge in the construction of the concept of polygons through various activities. One intervention was carried out through the use of evaluation cards, on manipulation of Tangram and other handling material and one activity was carried out with the free software GeoGebra. The analysis was focused on the activity of children in their 6th year at an elementary school in the municipal area of Seropédica, Rio de Janeiro, Brazil. One case study is shown with examples. The results elucidate ideas (drawings, symbols, figures, straight lines) of learners in different implemented learning situations, as well as some relations (be shaped as, be similar to) that emerged in their responses and interactions over polygons. The research aims to contribute to the mathematics class through the exemplifying of learners' notions which can be empowering by the teacher through work with polygons.

Keywords: *Conceptual construction. Polygonal shapes. Inscriptions. Elementary Teaching.*

[1] Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc), da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Professor-titular do Centro Universitário de Volta Redonda (UniFOA) e do Centro Universitário Geraldo Di Biase (UGB). rafa.teixeira@gmail.com

[2] Doutor em Educação Matemática pela Universidade de Barcelona com pós-doutorado na mesma área pela Universidade do Estado de Nova Jersey e pela Universidade de Turin. É professor associado da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro e docente do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares (PPGEduc) e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT). mbairral@ufrrj.br

INTRODUÇÃO

"Eu não sei o que é isso, e nunca escutei falar esse nome."
Lucas, 11 anos.

Certamente, caro(a) leitor, do pouco que considera que sabe de matemática, você se recordará de quadrados, triângulos e círculos. Mas, o que são esses objetos? Seu professor lhe convidou a falar sobre os mesmos? E a representá-los ou a fazer associações com outras formas do seu convívio? Se você, professor, tivesse que falar para o seu aluno o que é um quadrado, o que lhe diria? E se após perguntar aos seus estudantes você obtivesse a resposta acima, a do aluno Lucas? Como você lidaria com esse tipo de "fala"? Nesse artigo promoveremos uma reflexão que auxilia o educador na busca de respostas a questionamentos como os anteriores.

Apesar de pesquisas diversas (HERSHKOWITZ, 1994; POWELL e BAIRRAL, 2006; SILVA, 1993; SOARES et al. 2008; ZAZKIZ, 2008) sinalizarem para a necessidade de mudanças qualitativas nas aulas matemática, infelizmente, o paradigma transmissivo e de reprodução de procedimentos ainda vigora em muitas práticas docentes. Além do mais, esse tipo de docência se fundamenta em imagens estáticas, no uso de fórmulas e de formas geométricas usuais (quadrado, triângulo etc.).

No tocante à comunicação, uma aula convencional de matemática ainda está pautada no discurso do professor. Em muitos casos o discente é o que menos fala. Apenas por meio da oralidade o docente acredita que ensina. O ato comunicativo é restrito à fala do professor e a aprendizagem é entendida como transmissão. Raras vezes o discente é convidado, por exemplo, a expressar suas ideias e interpretações sobre determinado assunto, a escrever. Escrever no sentido de expressar o seu pensamento, suas ideias, suas dúvidas e descobertas (POWELL e BAIRRAL, 2006).

Esse artigo é fruto de uma pesquisa de mestrado (SANTOS, 2011) que teve como objetivo estudar o processo de construção do conceito de formas poligonais por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Seropédica (RJ). O trabalho de campo orientou-se por uma sequência de atividades que utilizaram recursos variados (Tangram, palitos, atividade no GeoGebra, atividades escritas etc.) na exploração de formas geométricas planas e não-planas.

O desenvolvimento do conceito de polígono teve como elementos norteadores a visualização e a análise das formas. Analisaremos ideias dos alunos que emergiram ao longo do seu desenvolvimento conceitual sobre formas poligonais em diferentes atividades. Ilustraremos, também, como essas ideias podem ir sendo aprimoradas usando a escrita como um veículo que auxilia no registro e na captura de ideias prévias e na promoção reflexiva do aprendizado (POWELL e BAIRRAL, 2006). Na perspectiva da educação matemática, uma investigação dessa natureza é relevante porque:

- O trabalho com polígonos é usual nas aulas de matemática, mas comumente abordado de modo estático, com exemplos prototípicos (quadrados, retângulos, triângulos etc.).
- Trata-se de um conceito conhecido dos professores e frequente na maioria dos livros didáticos de matemática.
- O conceito de polígono é uma "ponte" para articular aspectos conceituais da geometria plana com os da espacial, sem haver uma hierarquização das mesmas.
- O trabalho com polígonos permite articular uma amplo espectro de elementos representacionais e pictóricos.

Além do mais, na opinião dos professores que estão envolvidos em nossos projetos de pesquisa é um conceito de simples entendimento pelos alunos. Assim, acredtitamos que nossa investigação contribui para aulas de matemática em duas vertentes de inovação: com a exemplificação de noções dos alunos que podem ser potencializadoras pelo professor no processo de ensino do conceito de polígono em turmas do Ensino Fundamental e com o incentivo ao estímulo de registros escritos como mais uma forma de desenvolver o pensamento matemático.

DESENVOLVIMENTO, LINGUAGEM E APRENDIZAGEM EM VYGOTSKY: UMA SÍNTESE

"polígono é um desenho"
Lucas, 11 anos

Em seus estudos Vygotsky (2007) explicou a transformação dos processos psicológicos elementares em domínios mais complexos. Vygotsky enfatizou o processo histórico-social e o papel da linguagem no desenvolvimento do indivíduo. A questão central em sua teoria é a aquisição de conhecimentos pela interação do sujeito com o meio. Para o teórico, o sujeito é interativo, pois adquire conhecimentos a partir de relações intra e interpessoais e de troca com o meio, a partir de um processo denominado mediação.

A perspectiva vygotskiana está orientada para os processos de desenvolvimento do ser humano com ênfase da dimensão sócio-histórica e na interação entre os indivíduos no espaço social. Essa abordagem busca caracterizar os aspectos tipicamente humanos do comportamento e elaborar hipóteses de como as características humanas se formam ao longo da história do indivíduo (VYGOTSKY, 2007).

Em sintonia com Vygotsky (1991) acreditamos que as características individuais e até mesmo suas atitudes estão impregnadas de trocas com o coletivo. Particularmente, a visão sócio-interacionista sobre desenvolvimento e aprendizagem nos faz refletir sobre o aprendizado matemático e a buscar formas de estimular a aprendizagem.

A perspectiva vygotskiana aponta para a construção de um conhecimento que ocorre quando a criança, ao ser questionada, por meio de pequenos problemas, é capaz de ter um desempenho além do que sua estrutura de pensamento atual permitiria. Portanto, a aprendizagem escolar apresenta-se com a especificidade de orientar e estimular processos internos de desenvolvimento, processos estes que não se poderiam desenvolver por si mesmos.

Em Vygotsky (2007), o aprimoramento promovido pela convivência social e pelo processo de socialização depende da aprendizagem na medida em que este se dá por processos de internalização de conceitos, que são promovidos pela aprendizagem social, principalmente, aquela planejada no meio escolar. Portanto, é importante o indivíduo participar de ambientes e práticas específicas que propiciem essa aprendizagem.

No referencial vygotskiano a interação e sua relação com entre os processos de ensino e de aprendizagem podem ser melhor compreendidas quando nos remetemos ao conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Para Vygotsky (2007), a ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real (determinado pela capacidade de resolver problemas, de forma independente) e o nível de desenvolvimento proximal (demarcado pela capacidade de solucionar problemas com ajuda de um parceiro mais experiente). São as aprendizagens que ocorrem na ZDP que fazem com que o sujeito se desenvolva ainda mais.

Desenvolvimento com aprendizagem na ZDP leva a mais desenvolvimento. Por isso, para Vygotsky, tais processos são indissociáveis. É, então, na ZDP, que a aprendizagem vai ocorrer. Assim, a função de um educador seria a de favorecer esta aprendizagem, servindo de mediador entre o estudante, o seu meio e os artefatos semióticos mediadores. Bezerra e Meira (2006) enriquecem os estudos focados na ideia de ZDP enfatizando que esta noção "procura explicar o funcionamento dos indivíduos em *interação*[1]; este dá-se na *linguagem*, através de trocas discursivas que fazem emergir um *campo semiótico"* (p. 191).

Visto que o conhecimento é construído pelo sujeito em sua interação com o meio, caracterizando-se como social e historicamente construído e fonte primeira do conhecimento do indivíduo, na teoria vygotskiana a linguagem e a presença do "outro" assumem fundamental importância na aprendizagem. Segundo Vygotsky (2001), a linguagem (verbal, gestual ou escrita) é o instrumento por nós utilizada para a efetiva relação com os outros e, por isso, importante na constituição desses sujeitos.

O pensamento não coincide de forma exata com os significados das palavras. O pensamento vai além porque capta as relações entre as palavras de uma forma mais complexa e completa que a gramática faz na linguagem escrita e falada. Portanto, podemos concluir que o pensamento não se reflete na palavra, realiza-se nela na medida em que é a linguagem que permite a transmissão do seu pensamento para outra pessoa (VYGOTSKY, 1991).

Finalmente, cabe destacar que, na ótica vygotskiana, o pensamento não é o último plano analisável da linguagem. Podemos encontrar um último plano interior: a motivação do pensamento, a esfera motivacional de nossa consciência, que abrange nossas inclinações e necessidades, nossos interesses e impulsos, nossos afetos e emoções. Tudo isso vai refletir imensamente na nossa fala e no nosso pensamento (VYGOTSKY, 1991, p. 23).

Esse plano da motivação é importante para o aprendizado matemático. Sendo assim, em nossa investigação, o aluno é reconhecido como ser pensante, criativo e capaz de produzir e aprender matemática em constante interação com os seus pares. Então, a seguir tecemos consideração sobre como concebemos que uma forma de ensino pode contribuir nesse processo.

APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL EM MATEMÁTICA

"as figuras que não são polígonos são aquelas que não tem linhas retas."
Gean, 14 anos

A complexidade do processo de construção do conhecimento, enquanto função do desenvolvimento social, cultural e histórico, requer a realização de atividades específicas que devem constituir o objeto de uma ação pedagógica escolar. Ainda que inúmeras pesquisas da área da educação, da comunicação, da educação matemática, da psicologia cognitiva e da informática educativa tenham ressaltado que formas variadas de linguagem e de expressão do discurso produzem modos distintos de apropriação do conhecimento, lamentavelmente, muitas aulas de matemática ainda orientam-se em uma lógica transmissiva, de decorebas e centrada apenas no discurso do professor (MARANHÃO, 2009; NIETO e BAIRRAL, 2013; POWELL e BAIRRAL, 2006).

No tocante à geometria, foco principal desse artigo, Soares e colaboradores (2008) dedicaram uma maior atenção para o seu ensino mediante práticas inovadoras com o uso de objetos variados e da observação dos elementos presentes no cotidiano do aluno. As autoras sugeriram, por exem-

[1] Grifo dos autores.

plo, que as generalizações - favorecidas pelo uso de moldes, cortes, representações, medidas, construções e outros recursos - podem ser feitas mediante o raciocínio intuitivo. Pesquisas de Kaleff (1998) focadas na visualização em geometria com modelos manipulativo-representacionais diversos também enriquecem esse cenário. Todavia, ressaltamos que um elemento importante no desenvolvimento do pensamento geométrico é a exploração e o aprofundamento de definições e conceitos (ZAZKIZ e LEIKIN, 2008).

Infelizmente, muitas aulas de geometria ainda são pautadas pela apresentação de uma definição, geralmente única, e a sua posterior aplicação em problemas ou exercícios. A rotina de aula é: definição, exemplificação e aplicação (ou resolução). Além do mais, os exemplos são os prototípicos (HERSHKOWITZ, 1994), os conhecidos, os mais representativos. Tampouco, são explorados os contra-exemplos, isto é, aqueles que não ilustram o conceito.

É comum um professor comentar que seu aluno não sabe determinado assunto. O que acontece é que o estudante pode entender um conceito (o de equação, por exemplo) e o que o docente está interessado é na resolução. Então, na verdade, o que temos, são dois âmbitos: a da compreensão conceitual e o uso de procedimentos em situações de resolução. Ambos os domínios são importantes no pensamento matemático. Todavia, uma prática que valorize as ideias prévias dos discentes sobre determinado conceito sempre fica em um segundo plano.

Além de uma aparente confusão que o professor faz entre procedimento e comprenssão conceitual, há um entendimento restrito de que um objeto matemático possui apenas uma definição (ZAZKIZ e LEIKIN, 2008). Em sua pesquisa Zazkiz e Leikin (*op. cit.*) elencaram 13 modos diferentes que os sujeitos do seu estudo definiram um quadrado. A investigação de Zazkiz e Leikin (*ibidem*) também nos é importante para sublinar que um conceito não é específico de determinado ano (ou ciclo) letivo. O que vai mudar é a forma de expressão do aluno, o seu modo de interagir e de lidar com os artefatos mediadores (VYGOTSKY, 1991).

Nosso estudo dá uma centralidade no desenvolvimento conceitual em matemática. Metaforicamente, diríamos que definição e conceitução constituem faces de uma faixa de moebius. Definir e conceituar são processos imbricados. Definimos em função dos conceitos e relações que estabelecemos (GATTEGNO, 1987). As relações se dinamizam mediante diferentes modos de expressão do discurso, seja oral, seja escrito ou outro. E, por acreditarmos que a aprendizagem é um processo contínuo, optamos por utilizar a expressão desenvolvimento conceitual de forma a evidenciar essa constante resignificação pelo sujeito (NIETO e BAIRRAL, 2013).

Na pesquisa educacional investigações recentes interessadas na construção conceitual geralmente estão focadas em situações de sala de aula e com recursos específicos (MONAGHAN, 2000; SOARES et al. 2008; ZAZKIZ e LEIKIN, 2008). Algumas, inclusive, estão pautadas apenas na proposição de atividades (MUNIZ, 2008; NASSER e SANTANA, 1998), sem uma análise que desperte o interesse do professor por elementos conceituais que podem emergir quando referida proposição é implementada.

Em outras áreas do conhecimento essa postura não é diferente (AGUIAR, 1998). No caso específico de polígonos, esta prática também foi observada (SOARES et al, 2008). Portanto, apesar de ter detectado uma fase onde estudiosos centram sua atenção para o estudo de conceitos (HERSHKOWITZ, 1994; SILVA, 1993), percebemos que atualmente há uma certa necessidade de desenvolvermos mais pesquisas desta natureza (ZAZKIZ e LEIKIN, 2008).

Desenvolver conceitos envolve descoberta e implica tempo! Em nossa investigação as diferentes atividades e recursos tiveram o objetivo de potencializar a interação do aluno com os artefatos mediáticos e com os seus colegas, bem como procuraram respeitar o ritmo de descoberta dos discentes. O caráter de novidade e de variedade de situações desperta o interesse do estudante e contribui com o desenvolvimento de suas ideias matemáticas.

Todos construímos nossas formas de observar e de interpretar o que nos rodeia. Na escola não é diferente! Assim, o caminho que um discente percorre para realizar sua interpretação também deve ser valorizado. Portanto, a importância do professor não é apenas avaliar um resultado (tido como finalizado), mas também acompanhar o processo de desenvolvimento conceitual. Isso significa assumir o processo de aprendizagem sob uma ótica prospectiva (VYGOTSKY, 1991), ou seja, focar no que o estudante está aprendendo, em sua resignificação conceitual.

Na escola devemos mobilizar e produzir conhecimento. Portanto, é necessário implementar situações de aprendizagem que permitam modificar e inovar os processos de apropriação do conhecimento. Uma das práticas que implementamos é o uso da escrita (POWELL e BAIRRAL, 2006). Ao produzir e compartilhar seus textos escritos com suas interpretações conceituais o aluno passa a resignificar, recriar e reconstruir suas ideias prévias. Temos, então, que trabalhar estimulando as potencialidades dos discentes e construir um ambiente contínuo de interação em aula.

Vejamos, a seguir, resumidamente, como o trabalho de campo da pesquisa foi organizado com base em uma dinâmica na qual os estudantes foram continuamente convidados a produzir seus registros escritos e a falar sobre os mesmos.

A PESQUISA

"os ângulos são formados quando as linhas retas encostam"
Gean, 14 anos

Nesta seção apresentamos o contexto do estudo, os instrumentos utilizados para a coleta de dados e as estratégias construídas para a organização e a análise dos dados.

PARTICIPANTES

Os sujeitos da pesquisa foram os 24 alunos (11-14 anos) do segundo segmento do Ensino Fundamental – 6º ano – de um Centro Integrado de Educação Pública (CIEP) localizado na área urbana do município de Seropédica-RJ. A justificativa para a escolha do 6º ano encontra-se no fato desse período ser um marco transitório entre o primeiro e o segundo segmento do Ensino Fundamental. Além do mais, essa turma iria iniciar o estudo com polígonos e o professor gentilmente deixou-nos ficar responsável por essa unidade[2].

SOBRE AS ATIVIDADES ELABORADAS

As atividades foram pensadas para o desenvolvimento de habilidades relacionadas à identificação e análise das formas[3]. No tocante a variedade de formas e a riqueza da linguagem, as situações

[2] Como nosso estudo integra um projeto de pesquisa (financiado pela Faperj) com essa Escola esse tipo de concessão foi mais fácil. Agradecemos ao Prof. Claudio Campelo da Costa pela parceria nesse trabalho.

[3] O modelo de van Hiele nos foi útil apenas para orientar na elaboração das atividades, principalmente, com respeito a variedade de formas e ao uso da linguagem.

de aprendizagem também buscaram trazer uma perspectiva conceitual diferente daquela usualmente apresentada nos livros didáticos para polígonos. Ou seja, um polígono é definido apenas como uma linha poligonal fechada e simples.

Durante a implementação foram apresentados recursos diferenciados como a representação das atividades no papel, mediante a utilização de objetos manipulativos (Tangram, barbante, palitos, canudos etc.) e com o uso do *software GeoGebra*, no qual os interlocutores (professor-pesquisador e alunos) interagiram nas distintas situações de aprendizagem.

INSTRUMENTOS PARA COLETA DE DADOS E ESTRATÉGIAS DE ANÁLISE

As noções conceituais emergentes e a aprendizagem dos sujeitos foram analisadas mediante um conjunto que constou de fichas avaliativas, de atividades com respostas abertas e fechadas. Todas as situações de aprendizagem tiveram o objetivo de suscitar nos discentes respostas por escrito que proporcionassem uma exploração do conceito proposto.

Para a análise dos dados utilizamos as informações provenientes das atividades e da manipulação dos recursos, incluindo o *GeoGebra*. Os dados foram analisados a fim de entendermos as múltiplas formas pelas quais os alunos mostravam aprender. Portanto, a triangulação ocorreu mediante o uso das seguintes fontes:

- Fichas de observação (avaliativas, semi-estruturadas; respostas às atividades).
- Diário de campo (registros e reflexões do pesquisador durante cada sessão observada).
- Gravações em áudio e em vídeo.
- Registros fotográficos.
- Registros de *software* (arquivos salvos contendo as respostas dos alunos trabalhando em duplas em atividades propostas com o *GeoGebra*).

O TRABALHO DE CAMPO E A ORGANIZAÇÃO BRUTA DO MATERIAL DE PESQUISA

O trabalho de campo foi desenvolvido em um período de 12 semanas, perfazendo um total de 24 horas/aula. As atividades foram desenvolvidas (individualmente ou em duplas) no horário regular de aula e foram conduzidas por nós.

Para análise dos dados a informação bruta foi organizada tomando como referência os objetivos específicos para cada situação de atividade elaborada. Por exemplo, a seguir ilustramos o quadro com as questões F1A1 a F1A7 (fichas 1 e 2).

Quadro 1 - Plano de atividades das fichas 1 e 2 - F1A1 a F2A7.

Atividade	Objetivo
Atividade 1 – F1A1 *Escreva o que você entende por polígono e dê um exemplo com um desenho.*	Estudar o desenvolvimento do conceito de polígono mediante o uso de atividades com papel e lápis.
Atividade 2 – F1A2 *Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja um polígono.*	
Atividade 3 – F2A3 *Assinale as figuras que, na sua opinião, não sejam polígonos*	
Atividade 4 – F2A4 *Assinale as figuras que você considera polígonos.*	
Atividade 5 – F2A5 *Faça alguma observação sobre o que você viu.*	
Atividade 5a – F2A5a *Qual figura achou mais fácil e por que?*	
Atividade 5b – F2A5b *Qual figura achou mais difícil e por que?*	
Atividade 6 – F2A6 *A partir do que você fez nas atividades anteriores, e do que escreveu sobre polígono, o que você escreveria novamente sobre polígono?*	
Atividade 7 – F2A7 *Qual atividade de hoje você mais gostou?*	

Fonte - Santos (2011, p. 43)

Passado este momento de organização foram tabuladas as respostas dos alunos em todas as atividades. Para esta organização adotamos os seguintes momentos:

- Momento 1: tabulação das respostas de todos alunos nas fichas avaliativas 1 e 2.
- Momento 2: tabulação do universo de alunos selecionado das respostas em todas as fichas avaliativas e em todas as atividades com os objetos manipulativos, além dos registros de áudio, vídeo e de *software*.
- Momento 3: a partir da tabulação primária realizada, uma nova tabulação foi realizada a partir dos elementos mais significativos para análise.
- Momento 4: transformação dos dados tabulados em uma análise descritiva das ideias emergentes.
- Momento 5: análise mediante a confrontação de evidências escritas, das folhas avaliativas, de falas, de gravações em áudio e vídeoe dos registros salvos no *software* livre *GeoGebra*.

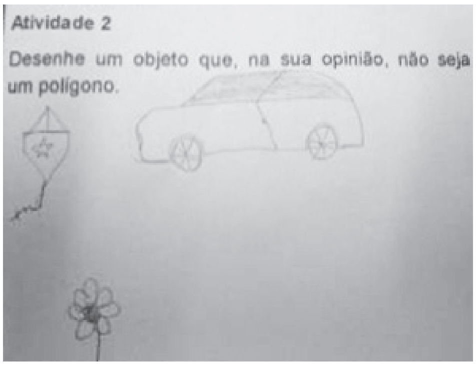
Na próxima seção ilustramos uma das análises realizadas: o caso do aluno Gean. Inicialmente é importante dizer o porquê da escolha do Gean. Esse estudante frequentou todas as aulas e realizou todas as atividades. Além disso, as suas respostas continham diferentes formas de registros, o que era muito adequado ao nosso propósito.

CASO ILUSTRADO - A TRAJETÓRIA REFLEXIVA DO ALUNO GEAN

"o círculo parece uma bola"
"o quadrado parece uma caixa".
Gean, 14 anos

Durante o desenvolvimento da F1A1 o aluno partiu de uma ideia inicial de polígonos, dizendo que *"polígono é um desenho"*. Na F1A2 desenhou objetos (pipa, carro, flor), que em sua opinião, não eram polígonos, como se observa a seguir:

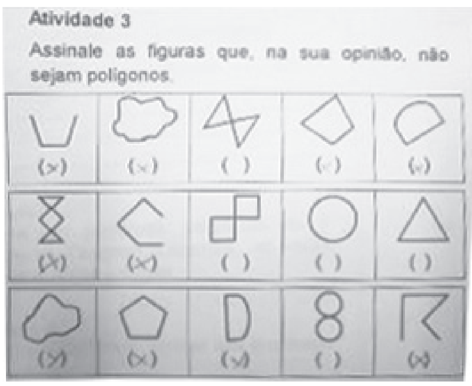
Figura 1 - Respostas do aluno Gean na F1A2.



Fonte - Santos (2011, p. 44)

Na F2A3, o discente assinalou figuras sem diferenciar aberto de fechado, linha reta de curva etc., porém realizou algumas relações com o círculo dizendo, conforme a gravação, que *"o círculo parece uma bola"* e que *"o quadrado parece uma caixa"*.

Figura 2 - Respostas do aluno Gean na F2A3.

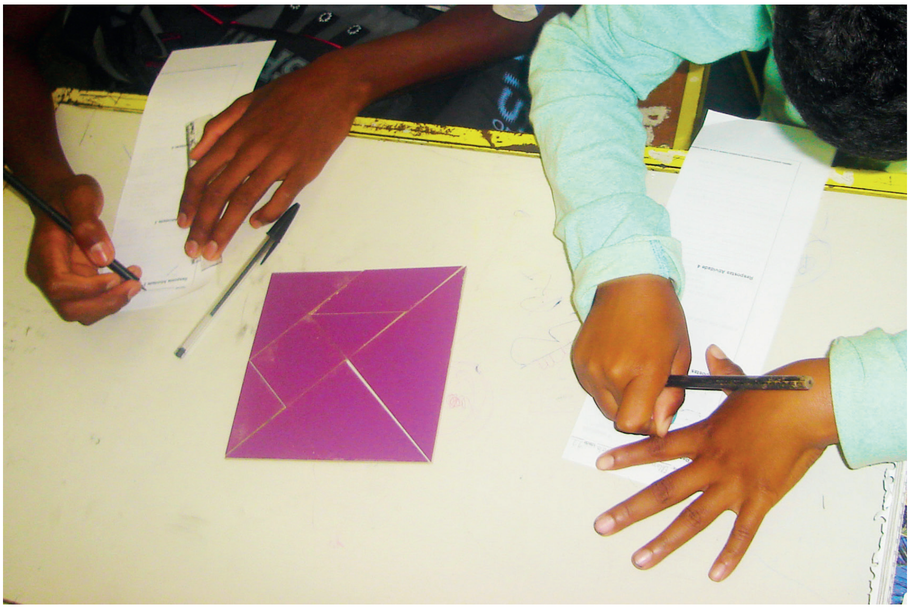


Fonte - Santos (2011, p. 45)

Ao responder o bloco de atividades F1A4 Gean afirmou que considera o triângulo, o quadrado e o círculo como polígonos. O que vemos nesse momento é uma associação de formas. Podemos destacar que a conceituação mediante exemplos de formas não convencionais e, inclusive, fazendo associações de formas ("*parecido*") é importante. A associação feita pelo discente mostra-se importante, inclusive, nas vistas (frontal, lateral, superior, inferior) de um objeto. Além do mais, esse tipo de situação que explora exemplos e contra-exemplos é importante na construção de conceitos geométricos (HERSHKOWITZ, 1994) e amplia as possibilidades de aprendizado com os diferentes artefatos mediadores (VYGOTSKY, 1991).

Na realização da F3A1 o aluno, novamente, mencionou que *"o quadrado é parecido com uma caixa"* e realizou as atividades com o Tangram.

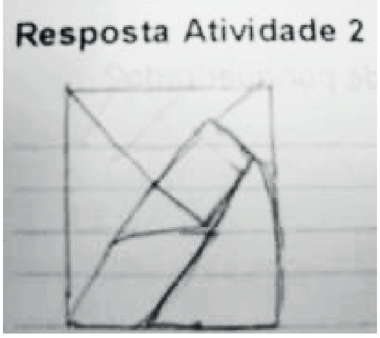
Figura 3 - Aluno Gean (a esquerda) desenvolvendo atividade na F3A1.



Fonte - Santos (2011, p. 45)

Gean iniciou a F3A2 manipulando o Tangram e, posteriormente, desenhando no papel o objeto montado, conforme ilustra a figura seguinte:

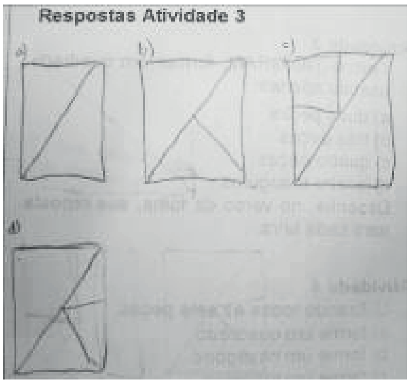
Figura 4 - Resposta do aluno Gean na F3A2.



Fonte - Santos (2011, p. 46)

É interessante observar que, ao desenhar no papel, o estudante fez questão de mostrar as peças separadamente, fazendo, de forma semelhante o que tinha montado no Tangram (F3A2 e F3A3 (a, b, c, d)). Recorrendo à gravação em vídeo observamos que Gean indica as peças separadas do Tangram como polígonos e sinaliza que, juntando as mesmas, são formados outras formas poligonais.

Figura 5 - Respostas do aluno Gean na F3A3 (a, b, c e d).

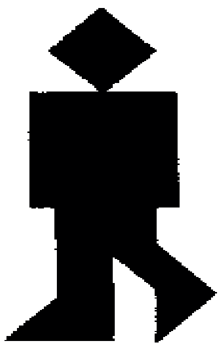


Fonte - Santos (2011, p. 46)

Nos questionamentos da F3A4(a, b, c, d, e, f) o aluno aparentou certa confusão acerca da caracterização das peças do Tangram como polígonos, permanecendo algumas dúvidas sobre as formas dizendo que *"nem todas as peças do Tangram são polígonos"*, talvez por não conhecer o paralelogramo. Logo após, enfatizou que *"o triângulo é um polígono e o quadrado é um polígono"*. Além da diferenciação na classificação das diferentes formas das peças do Tangram, que é natural para a idade do aluno (VAN HIELE, 1986), o que podemos destacar é uma aparente confusão entre as peças separadas e o todo formado.

Ao deparar-se com um desenho de um boneco (Figura 7) Gean afirmou que a figura era um polígono *"porque as peças não estavam soltas"*, enfatizando que se tratava de um desenho. Essa afirmação mostra uma aparente ressignificação conceitual em relação a F1A1, cuja resposta foi: *"polígono é um desenho"*. É possível perceber que a intervenção pedagógica e a interação entre os envolvidos estão potencializando o desenvolvimento real de Gean (VYGOTSKY, 2007), ainda que existam dúvidas ainda não totalmente sanadas.

Figura 6 - Figura da F3A5. Elaborado pelos autores.



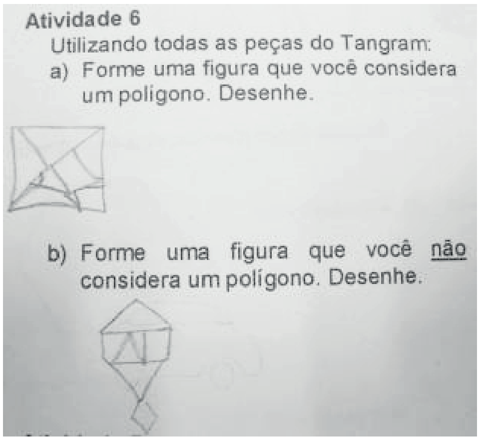
Fonte - Santos (2011, p. 47)

A resignificação conceitual comentada anteriormente passa pela observação do discente de que um polígono não é qualquer desenho. Até o momento podemos dizer que este tipo de dificuldade tem a ver, inclusive, com as atividades propostas e com a dinâmica do trabalho de campo, que explora exemplos variados de formas geométricas e não as convencionalmente abordadas pelos professores ou pelos livros. Se ficássemos restritos a poucas formas (quadrados, triângulos, retângulos e círculos) acreditamos que a esse tipo dificuldade poderia não emergir, o que, por outro lado, poderia empobrecer o processo de estabelecimento de relações (GATTEGNO, 1987).

Na F3A6a o aluno montou novamente e de forma espontânea o quadrado utilizando as 7 peças. Apesar de natural, pois o objetivo principal do Tangram é montar a região quadrada, essa ação foi-nos curiosa. Talvez, venha daí a aparente confusão do Gean: se as peças estão soltas não temos um polígono. Como o recurso tem como desafio montar (recompor) as peças esse propósito pode estar causando confusão na compreensão conceitual do discente sobre forma poligonal.

Na F3A6b, que pedia para montar utilizando as 7 peças do Tangram uma figura que não considerasse um polígono, Gean montou uma pipa (F3A6b). O estudante mencionou, verbalmente, que era um desenho. Novamente sua resposta vem de encontro com a que apresentou na F1A2, que pedia para desenhar um objeto que não considerasse polígono e ele desenhou a pipa. Podemos perceber que a pipa é um artefato mediador (VYGOTSKY, 1991) marcante do aluno na conceituação e exemplificação de polígono, pois a pipa foi um dos exemplos apresentados na segunda atividade (F1A2) de nossa pesquisa. Este fato mostra-nos o quanto as formas cotidianas e próximas dos discentes podem influenciar em suas descobertas e (in)compreensões matemáticas.

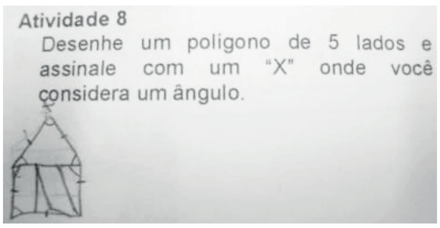
Figura 7 - Resposta do aluno Gean na F3A6a e na F3A6b.



Fonte - Santos (2011, p. 48)

Na F3A8 Gean construiu no Tangram e desenhou um polígono de 5 lados. Conforme indicado na figura seguinte o discente assinalou os seus lados e, quando foi indicar os ângulos, observou e disse, conforme gravação, que os ângulos são formados quando as linhas retas "encostam".

Figura 8 - Resposta do aluno Gean na F2A8.

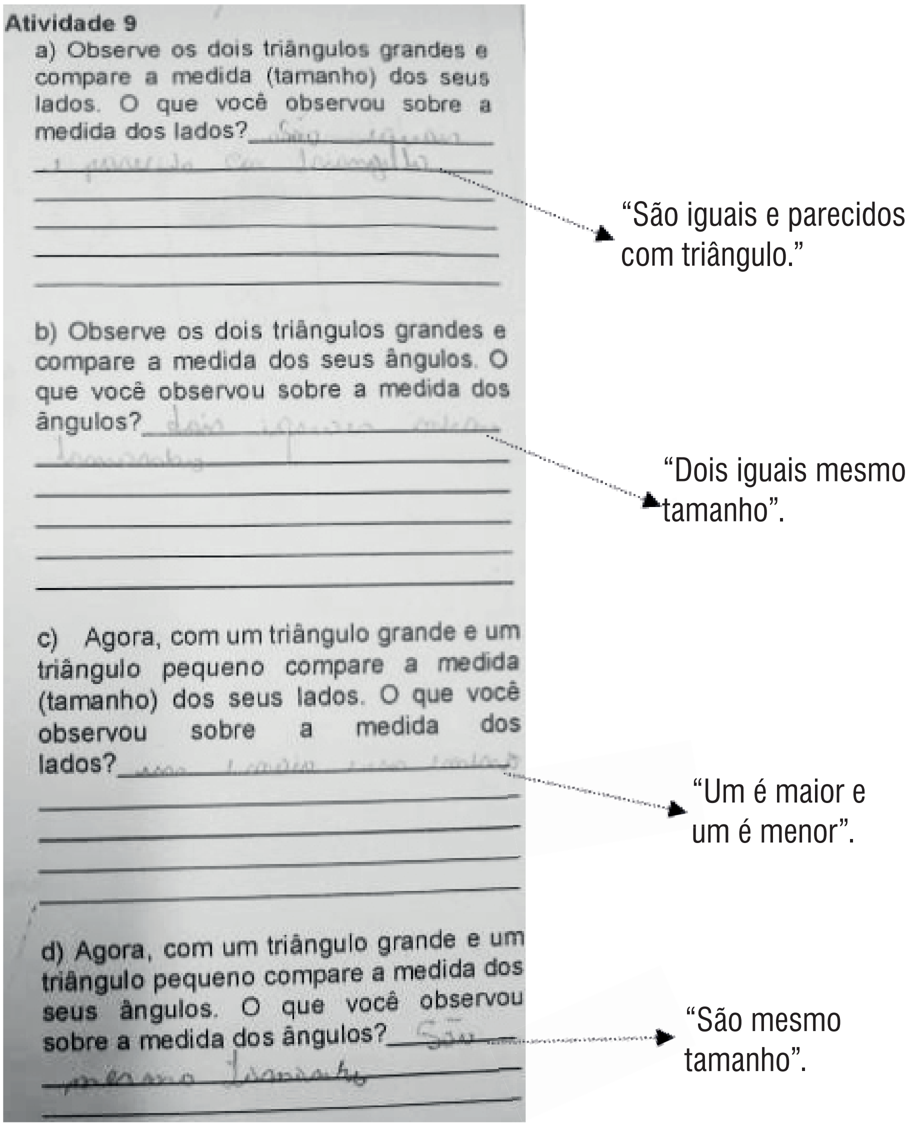


Fonte - Santos (2011, p. 49)

Do ponto de vista conceitual a atividade F3A8 inclui a atenção aos lados e ângulos de um polígono. Inicialmente, imaginávamos que os alunos teriam mais dificuldade em sua realização, o que não aconteceu. Curiosamente, apesar do Gean ainda aparentar dúvida entre as peças soltas do Tangram e a sua junção, conforme comentamos na F3A6a, o discente identificou corretamente os lados do polígono (casa) montado na atividade F3A8. Imaginávamos que ele poderia marcar os segmentos (divisórias) internos. Felizmente, isso não ocorreu, fato que pode aparentar o seu olhar para a forma poligonal da casa. Ainda, ao dizer que *"os ângulos são formados quando as linhas retas encostam"*, o estudante apresenta uma importante ideia de ângulo para a atividade.

Gean também observou na F3A9(a, b, c, d) que os triângulos se diferenciam em relação ao seu tamanho, porém são iguais em número de lados e de ângulos, e na medida dos seus ângulos, conforme suas respostas na Figura 9 (*"são iguais e parecido com triângulo"*, *"dois iguais, mesmo tamanho", "um é maior e um é menor"*, *"são do mesmo tamanho"*):

Figura 9 - Respostas do aluno Gean na F3A9 (a, b, c, d).


Atividade 9

a) Observe os dois triângulos grandes e compare a medida (tamanho) dos seus lados. O que você observou sobre a medida dos lados?

b) Observe os dois triângulos grandes e compare a medida dos seus ângulos. O que você observou sobre a medida dos ângulos?

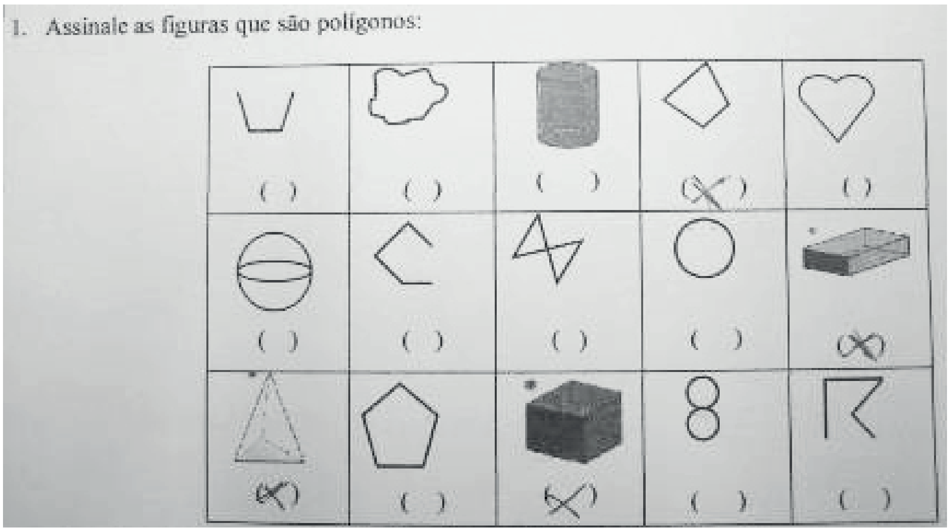
c) Agora, com um triângulo grande e um triângulo pequeno compare a medida (tamanho) dos seus lados. O que você observou sobre a medida dos lados?

d) Agora, com um triângulo grande e um triângulo pequeno compare a medida dos seus ângulos. O que você observou sobre a medida dos ângulos?

Fonte - Santos (2011, p. 50)

Na F4A1 pode-se notar que o aluno assinalou como formas poligonais as figuras fechadas e com linhas retas, além das figuras em 3D.

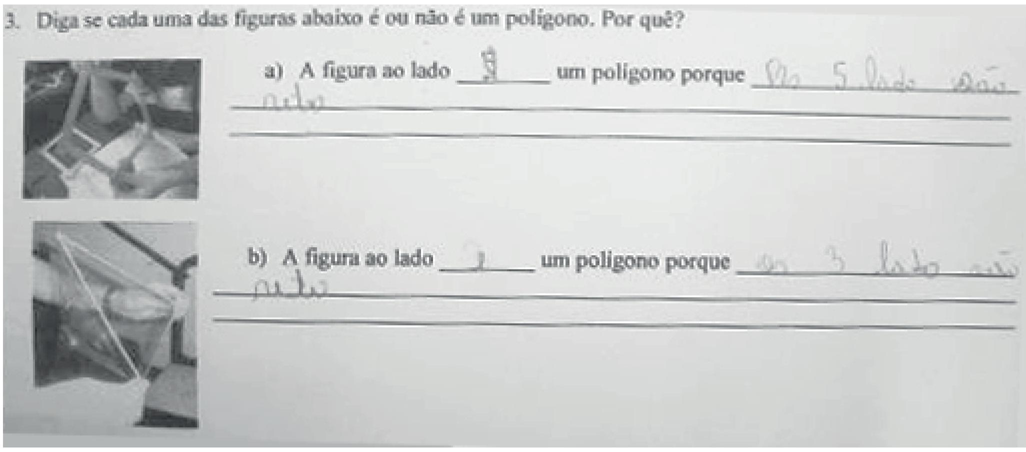
Figura 10 - Respostas do aluno Gean na F4A1.



Fonte - Santos (2011, p. 51)

Gean deixou de assinalar o hexágono e assinalou três figuras em 3D (os dois paralelepípedos e a pirâmide). Ao responder a atividade seguinte ele escreveu na F4A3 (a, b) que, em sua visão, as figuras eram polígonos pois tinham uma quantidade de lados e que estes lados eram retos.

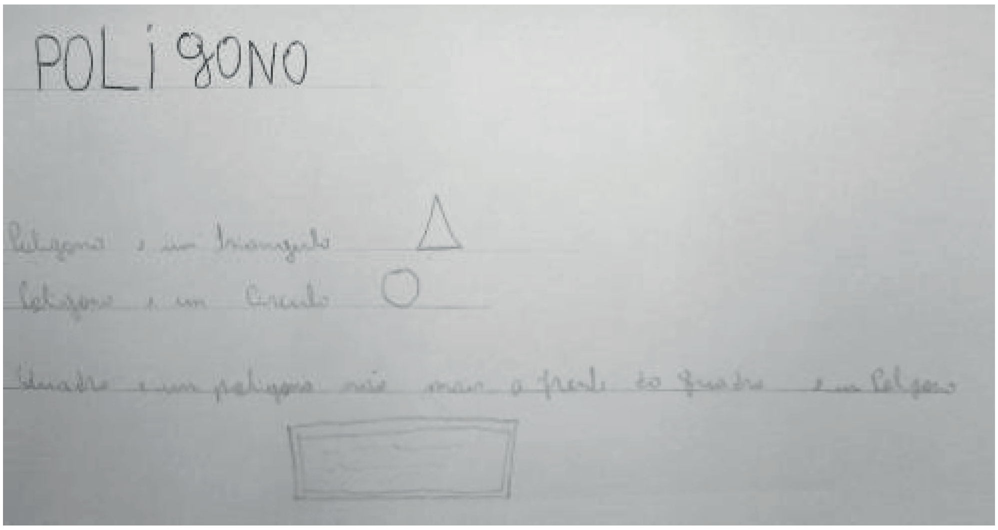
Figura 11 - Resposta do aluno Gean na F4A3 (a e b).



Fonte - Santos (2011, p. 51)

Na FAE, quando solicitado a representar livremete - mediante texto e ilustração - um polígono, novamente Gean mencionou que o triângulo é um polígono e que o círculo também. Disse, ainda, *"o quadro não é um polígono, mas a "frente" do quadro é um polígono"*.

Figura 12 - Respostas do aluno Gean na FAE.

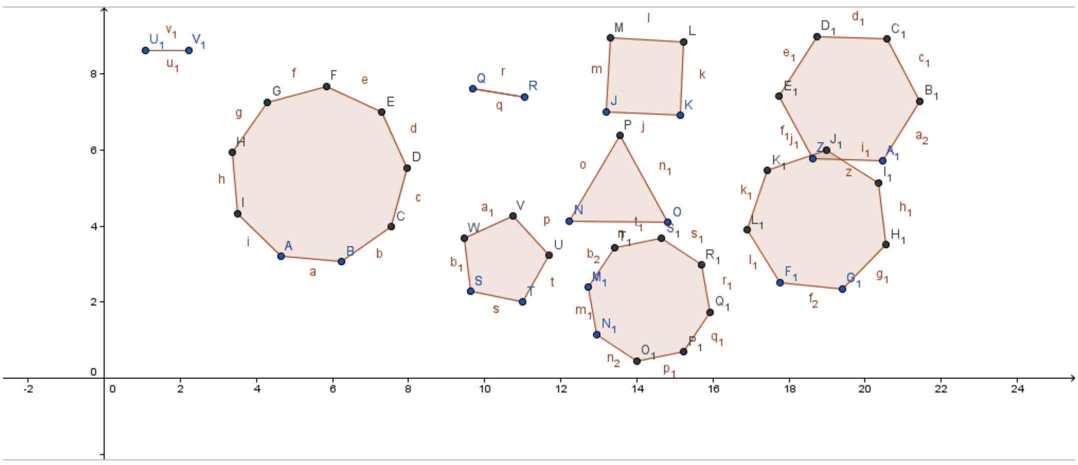


Fonte - Santos (2011, p. 52)

Ao afirmar que *"quadro não é um polígono, mas a frente do quadro é um polígono"* o aluno explicita como está associando a forma poligonal delimitada pelo quadro negro, prática comum em aulas de geometria: identificar formas. Todavia, é importante destacar a diferença entre uma forma geométrica não plana (a lousa) e uma região plana (o seu contorno) delimitada pela mesma. Por exemplo, ao contrário do que muitos estudantes pensam, a janela não é um polígono. A sua forma é que pode ser associada a um polígono.

Na FAG (*software GeoGebra*[4]), a partir do nosso encaminhamento para uso da ferramenta polígono regular, o aluno disse que *"a quantidade de pontos é a quantidade de lados de um polígono"*. Conseguiu girar/arrastar a figura e redimensioná-la (aumentar e diminuir). Observou, ainda, que, com a ferramenta, poderia desenhar polígonos de *"formas diferentes"*, sempre iniciando com um ponto, clicando para aparecer outros e finalizando no ponto inicial.

Figura 13 - Atividades desenvolvidas pelo aluno Gean na FAG.

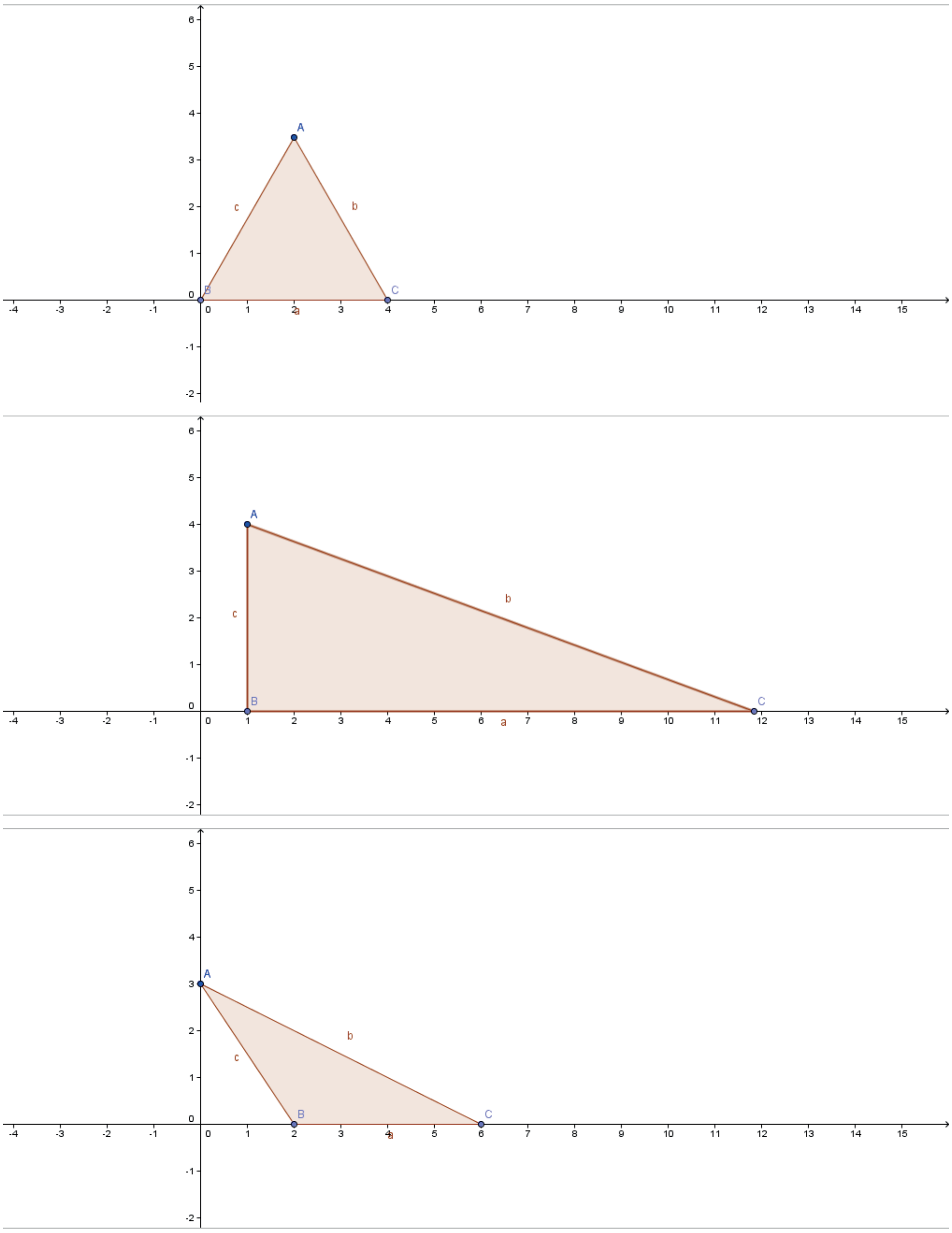


Fonte - Santos (2011, p. 53)

[4] Pode ser baixado em http://www.GeoGebra.org/cms/en/download.

Segundo o próprio aluno, ele não encontrou dificuldades em relação ao uso do *GeoGebra*. O discente mostrou-se seguro nas ações que deveria desenvolver a partir das atividades. Ao realizar uma construção de triângulo com a ferramenta polígono particularizou desenhando-o com os lados iguais (equilátero). Contudo, com o uso do ícone mover observou que poderia mudar a forma poligonal[5] conforme mostrado nas figuras a seguir:

Figura 14 - Evolução do aluno Gean na construção do triângulo.



Fonte - Santos (2011, p. 53)

[5] Na verdade, o que vemos nas telas da Figura 14 são regiões poligonais, pois há o sombreamento. Como a ideia era observar as formas planas, a sua construção (mediante associação entre número de vértices e lados) e a movimentação de seus elementos (ângulos, vértices e lados) não nos preocupamos em chamar a atenção dos alunos para essa diferenciação (contorno *versus* sombreamento). Pensamos ser prudente fazer esse tipo de esclarecimento em séries mais avançadas ou na medida que o aluno estiver mais familiarizado com o conceito.

Com os dois quadros a seguir ilustramos aspectos do desenvolvimento conceitual do aluno Gean e, concretamente, suas noções e estratégias capturadas na análise desenvolvida. Por exemplo, podemos observar quais aspectos emergiram a partir da fala e da produção escrita do discente nas atividades realizadas em papel e lápis (associação de formas variadas), com o Tangram (composição e decomposição), nas atividades com palitos (alteração de formas e de ângulos) e no *GeoGebra* (variação e construção de formas regulares).

Quadro 2 - Sobre os aspectos emergentes em cada situação.

Atividade	Discurso do aluno
Papel e lápis	- Associação de formas planas não convencionais - Associação de formas planas e não planas
Tangram	- Composição/decomposição - Relação parte-todo
Palitos	- Linhas retas - Alteração de forma e de ângulo
GeoGebra	- Redimensionar/alterar forma - Girar/arrastar - Polígono regular

Fonte - Santos (2011, p. 54)

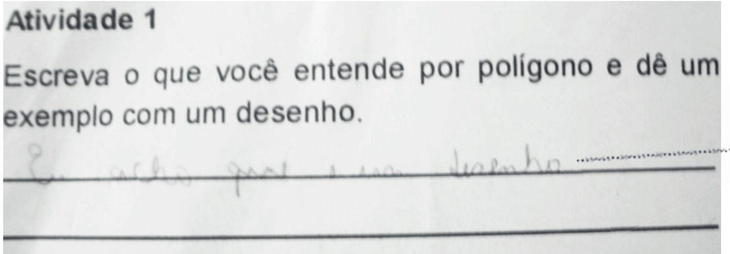
Com a intenção de dar um pouco mais de visibilidade a outros tipos de respostas, a seguir exemplificamos aspectos da interação entre o Gean e o seu colega de mesa Lucas.

UM POUCO DA REFLEXÃO DE GEAN COM LUCAS

"a quantidade de pontos é a quantidade de lados de um polígono"
Gean (14 anos)

Esta foi a primeira atividade realizada com a turma. Nela pedimos aos alunos que escrevessem o seu entendimento sobre polígono e que representassem com um desenho. Tanto o Gean como o Lucas responderam, oralmente, que não sabiam de que se tratava: *"Eu não sei o que é isso"* (Gean) e *"Eu não sei o que é isso, e nunca escutei falar esse nome"* (Lucas). Após a apresentação pelo pesquisador de exemplos de polígonos, os alunos escreveram que *"polígono é um desenho"*. Nesse sentido, observa-se que os alunos associam polígono a um desenho, conforme se pode ver na sua ideia inicial escrita como resposta à atividade 1, a seguir.

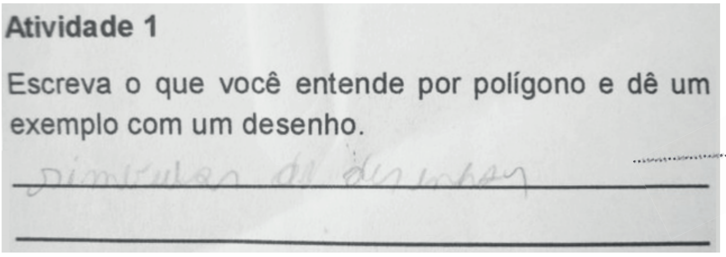
Figura 15 - Resposta do aluno Gean na F1A1:



Eu acho que é um desenho.

"Eu acho que é um desenho".

Figura 16 - Resposta do aluno Lucas na F1A1:



Símbolos de desenhos.

"Símbolos de desenhos".

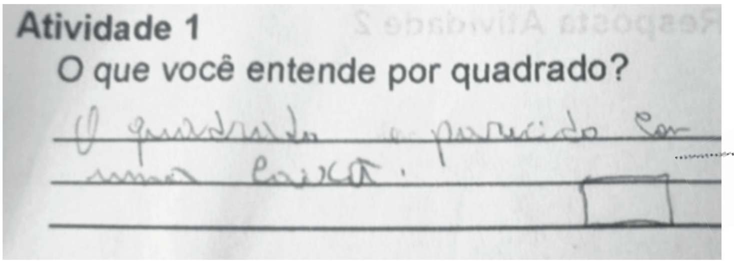
Gean escreveu *"eu acho que é um desenho"* e Lucas registra *"símbolos de desenhos"*. A partir do apresentado notamos a associaçao de polígonos a figuras constituídas (símbolos ou desenhos), tratando-se do surgimento de um elemento novo a partir dessa associação. Essa associação é uma forma de descoberta e de aparente entendimento dos alunos.

Na atividade 6 (F2A6), que os questionava a respeito das atividades desenvolvidas e do que haviam registrado sobre polígonos e o que escreveriam novamente sobre o mesmo assunto, os alunos foram categóricos em dizer: "*Eu não sabia o que era e nunca tinha escutado falar, mas que agora que sei, fica mais fácil"* (Lucas). O Gean disse: *"eu não sabia o que era, agora eu sei"*. Aqui observamos um aparente entendimento do aluno, apesar de seu registro não explicitar elementos conceituais nessa compreensão. Isso é comum quando os estudantes não têm muita prática em utilizar a escrita para explicitar ao professor suas descobertas (POWELL e BAIRRAL, 2006).

Em registros comos os anteriores os estudantes afirmam que aprenderam, no entanto, ao docente, falta informação de elementos concretos desse aprendizado. Por isso, é importante implementar práticas de aula que valorizem continuamente o diálogo e os registros escritos dos alunos. Um fato didático importante a ser destacado é o tipo de tarefa proposta. Geralmente, em aulas de matemática, as atividades abordam as figuras usuais e mais conhecidas dos alunos. Estudos focados na construção conceitual ressaltam a importância de rompermos com este tipo de prática (ZAZKIZ e LEIKIN, 2008). Sendo assim, vimos que as respostas dos discentes trazem um discernimento interessante em suas descobertas, pois eles raciocinaram com base em classes. No primeiro, figuras que possuem linhas retas e, no segundo, a classe do quadrado, do triângulo e do círculo. A organização em classes é um processo cognitivo importante no desenvolvimento conceitual pois têm como referências o uso de categorias.

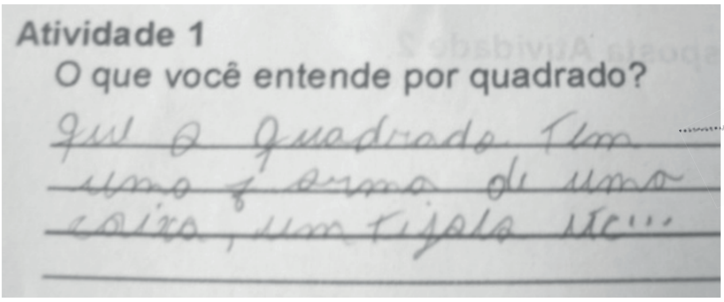
Partindo da observação do Tangram quadrado pedimos aos alunos que explicassem o que entendiam por quadrado. Através do processo de reconhecimento e manipulação das peças, identificaram que o quadrado *“é parecido com uma caixa”*, na opinião de Gean e, *“o quadrado tem a forma de uma caixa, um tijolo, etc”,* na visão de Lucas.

Figura 17 - Resposta do aluno Gean na F3A1.



“O quadrado é parecido com uma caixa.”
Fonte - Santos (2011, p. 61)

Figura 18 - Resposta do aluno Lucas na F3A1.



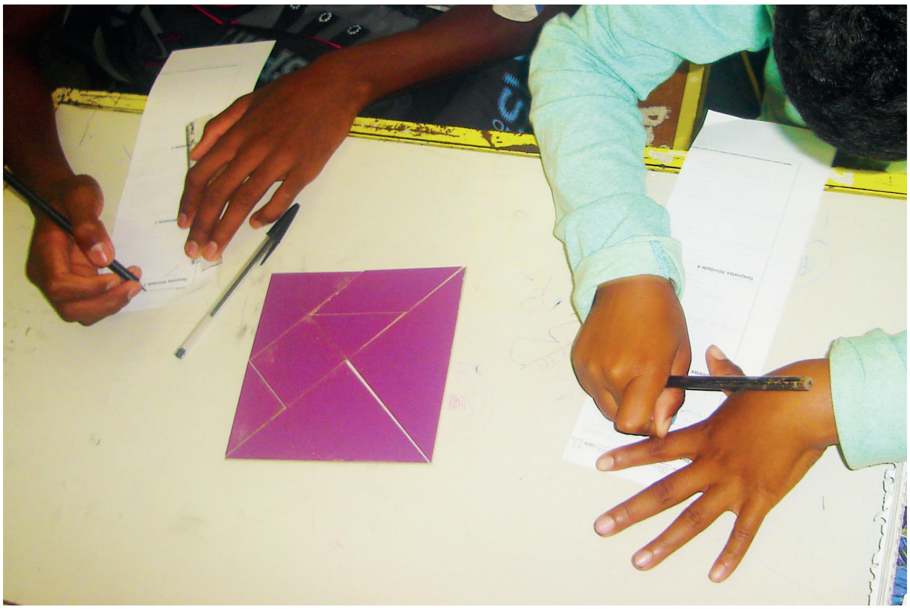
“Que o quadrado tem uma forma de uma caixa, um tijolo etc....”
Fonte - Santos (2011, p. 61)

Em suas respostas anteriores o que os discentes aparentam fazer é associar vistas de partes (faces) de um sólido (caixa ou tijolo) que possuem uma forma quadrangular. Aqui vemos um novo tipo de associação: a relação de *ser parecido com*. Esta forma de comparação é importante no processo de reflexão sobre uma definição, principalmente, quando estabelecerão aspectos críticos do conceito (HERSHKOWITZ, 1994). As respostas dos aprendizes mostram-nos o quanto as relações com figuras não planas são mais fortes para eles, ao contrário do que pensam muitos professores, que insistem em trabalhar a geometria do plano para o espaço. Daí a importância de inserir, concomitantemente, uma exploração das figuras planas e não planas na geometria escolar (KALEFF, 1998).

A partir do trabalho com o Tangram quadrado os alunos Gean e Lucas deveriam (a) observar os dois triângulos grandes, comparar as medidas dos lados e escrever sobre a medida dos lados; (b) observar os dois triângulos grandes, comparar as medidas dos ângulos e escrever uma observação sobre a medida dos ângulos; (c) observar um triângulo grande e um triângulo pequeno, comparar as medidas dos lados e escrever uma observação sobre a medida dos lados; e (d) observar um triângulo grande e um triângulo pequeno, comparar as medidas dos ângulos e escrever uma observação sobre a medida dos ângulos.

Na resposta aos itens *a* e *b* relataram que *"são iguais e do mesmo tamanho"*. Na resposta do item *c* e *d* que *"um é maior e o outro é menor"*.

Figura 19 - Alunos Gean (a esquerda) e Lucas desenvolvendo atividade na F3A9a, F3A9b, F3A9c, F3A9d.



Fonte - Santos (2011, p. 62)

As repostas dos discentes nos surpreenderam positivamente, pois achávamos que eles teriam dificuldade em comparar, uma vez que, não havíamos trabalhado a ideia de ângulo. Pensamos que o fato de os alunos manipularem os materiais facilita a sua descoberta, uma vez que se envolvem com a atividade.

A figura 20, adiante, ilustra parte de uma atividade planejada utilizando duas ferramentas do GeoGebra: polígono e polígono regular. A situação explorou o conceito de polígono regular. Partindo da ferramenta polígono regular os alunos começaram a construir livremente polígonos a partir da definição da quantidade de pontos, o que os levou a perceber que através de um mesmo recurso pode-se representar formas poligonais diversas.

Nesse tipo de atividade observamos um aspecto conceitual novo e que apareceu naturalmente na dinâmica: o trabalho com uma forma regular. Entendemos que, mesmo não tendo concluído uma definição para polígono, a prática de trazer um âmbito de conceito novo pode enriquecer a descoberta dos aprendizes. Mais que alunos recitando definições queremos que as aulas de matemática nas escolas públicas promovam o diálogo, a descoberta e desenvolvam o interesse dos estudantes em aprender. Isso foi recorrente em toda nossa intervenção!

A seguir ilustramos uma tabela que demonstra os passos de uma construção e permite refazer passo a passo uma construção realizada. Este tipo de protocolo é fornecido automaticamente pelo programa quando selecionamos o item <u>Barra de navegação para passos da construção</u> no <u>menu Exibir</u>. Ele nos auxilia no resgate dos procedimentos construídos pelo aluno a partir dos passos realizados para a sua construção.

Figura 20 - Tela do protocolo de construção mostrando o histórico (entradas) do processo de construção dos alunos Gean e Lucas.

N.	Nome	Definição
1	Ponto A	
2	Ponto B	
3	Polígono polígono1	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto C	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto D	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto E	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto F	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto G	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto H	Polígono[A, B, 9]
3	Ponto I	Polígono[A, B, 9]
3	Segmento a	Segmento [A, B] de Polígono polígono1
3	Segmento b	Segmento [B, C] de Polígono polígono1
3	Segmento c	Segmento [C, D] de Polígono polígono1
3	Segmento d	Segmento [D, E] de Polígono polígono1
3	Segmento e	Segmento [E, F] de Polígono polígono1
3	Segmento f	Segmento [F, G] de Polígono polígono1
3	Segmento g	Segmento [G, H] de Polígono polígono1
3	Segmento h	Segmento [H, I] de Polígono polígono1
3	Segmento i	Segmento [I, A] de Polígono polígono1

Fonte - Santos (2011, p. 63)

Ao analisarmos os registros dos discentes podemos constatar que os recursos utilizados para o desenvolvimento das aulas contribuíram para a sua motivação e aprendizagem em relação aos conceitos trabalhados. Por exemplo, o aluno Gean disse que *"a quantidade de pontos é a quantidade de lados de um polígono"*. Já o aluno Lucas complementou dizendo que *"o computador me ajudou, pois a figura que eu tinha que fazer, era só lembrar das figuras mostradas na aula normal".* É um processo de resgate natural ao aprendido. Curioso, também, é o Lucas dizer que "aula normal" eram as atividades em sala de aula e não no laboratório de informática.

Na fala anterior do Gean vemos um novo elemento no processo de definição de polígono por parte do aluno: a relação entre o número de vértices e o número de lados. Esta foi uma descoberta favorecida pelo próprio *software* que, como vimos na figura anterior, dá um destaque "visual" aos vértices. Ressaltamos, também, a importância do *software* na forma de apresentar o registro que auxilia o pesquisador no enriquecimento e na forma que é apresentada a linguagem (palavras, signos matemáticos, etc.).

A partir do analisado anteriormente, a seguir, sintetizamos a trajetória reflexiva de Gean.

O DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DE GEAN

"eu não sabia o que era, agora eu sei".
Gean, 14 anos

No quadro seguinte resumimos, com exemplos concretos da fala e da produção escrita, os aspectos conceituais emergentes no aprendizado do Gean. Observando seus registros o aluno reflete apoiando-se em formas da matemática (círculo, quadrado) e aquelas presentes em seu cotidiano (pipa, carro, flor).

Quadro 3 - Análise da trajetória reflexiva do aluno Gean.

Atividade	Fala/Texto do aluno	Objeto exemplificado	
		Desenho	Escrito
F1A1	*"Polígono é um desenho".*	Pipa, carro, flor	-
F1A3	*"o círculo parece uma bola"*; *"o quadrado é parecido com uma caixa".*	Circulo,bola; quadrado, caixa;	-
F2A4	*"nem todas as peças do Tangram são polígonos".*	-	-
F2A8	Os ângulos são formados quando as linhas retas *"encostam".*	-	-
F4AE	*"quadro não é um polígono, mas a "frente" do quadro é um polígono".*	-	-
F5AG	*"a quantidade de pontos é a quantidade de lados de um polígono*".	Polígono regular	-

Fonte - Santos (2011, p. 54)

A diversidade de respostas e, porque não dizer, de estratégias que o discente apresenta a uma mesma atividade, quando tem autonomia de buscar seus próprios caminhos, revela uma concepção de resposta às atividades que rompe com a tradicional resolução de problemas matemáticos. Além disso, acreditamos que o ambiente de aula possibilitou que os conhecimentos que os alunos traziam - matemáticos ou não - circulassem nas interações favorecidas pela dinâmica. Em sintonia com Powell e Bairral (2006), acreditamos que nesse tipo de prática, que potencializa o desenvolvimento das ideias, inclusive, mediante a escrita, os estudantes podem adquirir mais controle sobre a sua aprendizagem, o que gera mais confiança e motivação para o fazer matemático.

Dessa forma, observamos, a partir do quadro 3, que o processo da escrita, apesar de não ser simples e natural nas aulas de matemática, parece ser desenvolvido com o apoio das intervenções do professor. É também visto que no decorrer das atividades o aprendiz ampliou a forma de se comunicar com esse tipo de registro, que inicialmente tende a ser mais resumido e descritivo (POWELL e BAIRRAL, 2006).

É interessante salientar que a maioria das atividades propostas continha enunciados que favoreceram, sem ter sido nossa intenção, respostas individuais. Ressaltamos, também, a falta de hábito dos alunos em escreverem e trabalharem em pequenos grupos, ainda que o espaço físico da sala de aula seja em carteiras com assentos em dupla. Em contrapartida, as atividades permitiram enriquecer o repertório dos discentes para o aprimoramento de sua definição para formas poligonais, conforme ilustramos a seguir.

Quadro 4 - Representação de fragmentos da análise dos alunos.

Resposta (situação)	Data	Gean
Questionamento oral	*12/05/10*	*"Eu não sei o que é isso".* (referindo-se a polígono)
Atividade escrita (F1A1)	*12/05/10*	*"eu acho que é um desenho".* (referindo-se a polígono)
Atividade escrita (F2A6)	*19/05/10*	*"Eu não sabia o que era e nunca tinha escutado falar, mas agora que sei, fica mais fácil".* (referindo-se a polígono)
Atividade escrita (F2A3)	*19/05/10*	*"as figuras que não são polígonos são aquelas que não tem linhas retas".*
Atividade com Tangram (F3A1)	*02/06/10*	o quadrado *"é parecido com uma caixa".*

Fonte - Santos (2011, p. 67)

Com as respostas anteriores exemplificamos ideias (desenhos, símbolos, figuras, linhas retas) e relações (ter a forma de, ser parecido com) que podem ser consideradas pelo professor quando for abordar a temática de polígonos em turmas do 6º ano.

Do ponto de vista da modificação na forma de escrever consideramos que um registro do tipo *"as figuras que não são polígonos são aquelas que não tem linhas retas"* (Gean 19/05) mostra um avanço na forma de explicitar a sua aprendizagem mediante a escrita. Para um aluno que inicialmente havia respondido *"Eu não sei o que é isso"* é significativo. Ainda que a resposta não esteja satisfatória do ponto de vista da correção conceitual (nem toda figura com linha reta é polígono), a elaboração da justificativa em classes (figuras / polígonos / linhas retas) é importante no estabelecimento de relações (GATTEGNO, 1987) e, consequentemente, no processo de (re)construção conceitual. As aulas de matemática devem contribuir com esse tipo de redimensionamento na produção do discurso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

"Eu não sabia o que era e nunca tinha escutado falar, mas que agora que sei, fica mais fácil"
Lucas, 11 anos

Essa pesquisa elucidou noções envolvidas no processo de construção do conceito de polígonos por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Assumindo o aprendizado em uma dimensão prospectiva a investigação visou mobilizar e potencializar as ideias dos alunos na análise de formas variadas.

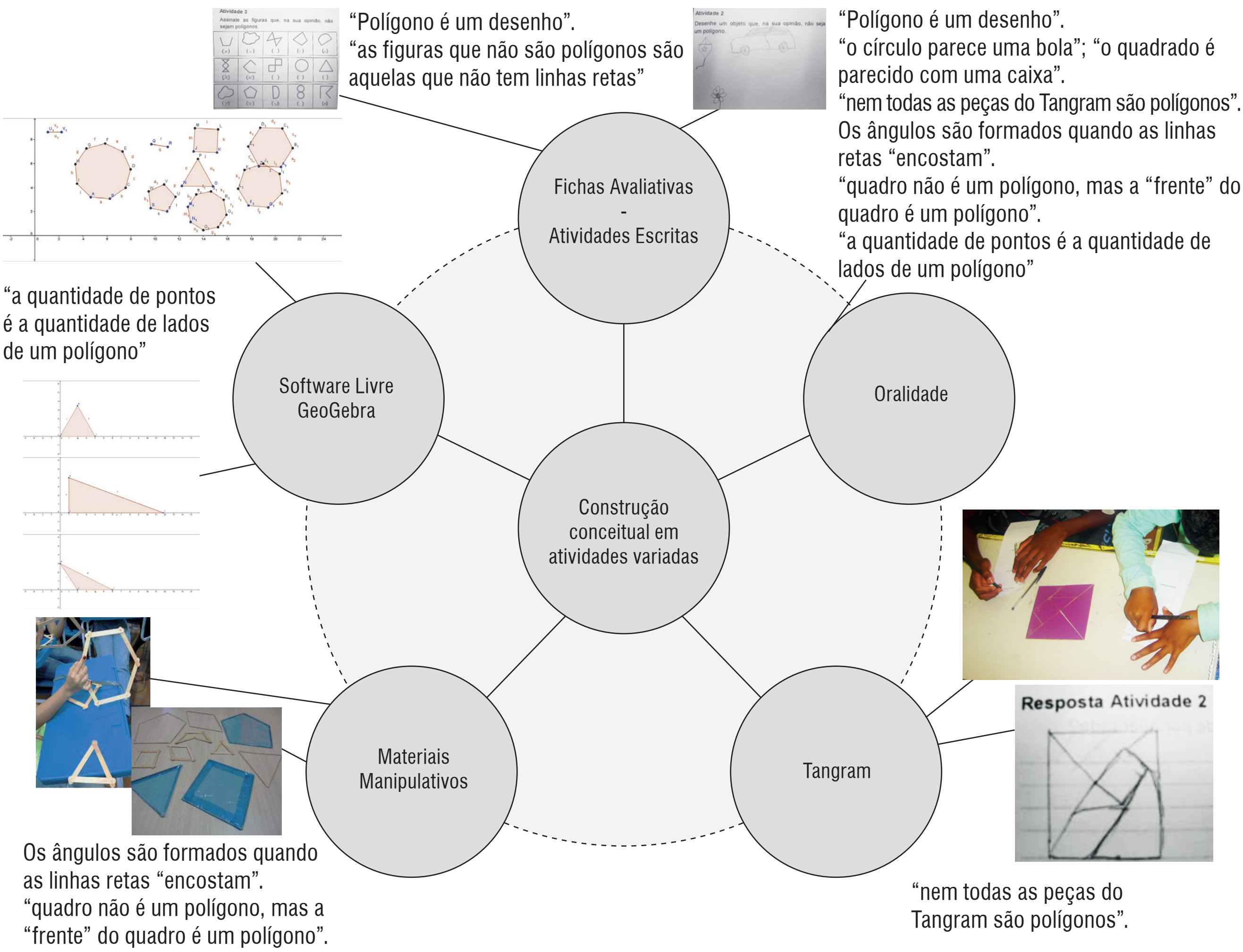
Do pouco que se explora de geometria na escola, certamente, o estudo de polígonos é feito. A análise evidenciou percepções dos estudantes (desenhos, símbolos, figuras, linhas retas) e algumas relações (ter a forma de, ser parecido com, encontro de linhas retas) que podem ser consideradas pelo professor no trabalho com formas poligonais.

Assumimos que a interação assume um importante papel no desenvolvimento conceitual em matemática. Os estudantes foram continuamente convidados a compartilhar suas ideias mediante registros variados e prestamos uma atenção particular no desenvolvimento da sua escrita. Embora os discentes não estivessem acostumados com práticas de registrar suas ideias por escrito, o estudo verificou avanços na forma de explicitar o seu aprendizado mediante a escrita (ver Quadro 4).

Determinada resposta a uma atividade, ainda que não esteja correta, colabora com a possibilidade de capturar registros anteriores e de revisar suas ideias, relações e, consequentemente, os conceitos envolvidos. Portanto, o processo de ensinar matemática deverá estar atento ao que o aluno vai aprender, não apenas ao que mostrou aprender (VYGOTSKY, 1991). Além disso, quando o ambiente de sala de aula possibilita que os conhecimentos que os discentes trazem – matemáticos ou não – possam circular e ampliar seus significados, num movimento constante de comunicação de ideias e de negociação de significados, os aprendizes podem, mediante a escrita, adquirir mais controle sobre a sua aprendizagem e desenvolver critérios para acompanhar o seu processo de aprendizagem (POWELL e BAIRRAL, 2006). O desenvolvimento desse auto-controle gera confiança e motivação para o fazer matemático. Por exemplo, nos textos do aluno Lucas na epígrafe desta secão podemos ver indícios dessa confiança *("eu não sabia o que era ..., mas agora eu sei")*.

Quanto à construção do conceito de polígonos mediante as situações implementadas cabe ressaltar que os diferentes recursos didáticos e atividades mostraram-se potenciais, porém complexos, pois cada atividade contribui com a emergência de diferentes aspectos conceituais. Por exemplo, com a figura 1 seguinte ilustramos resumidamente este processo de desenvolvimento conceitual nas atividades analisadas.

Figura 21 - Ilustração das noções conceituais emergentes da dinâmica.



Fonte – Santos (2011, p. 70)

Embora tenhamos colocado a oralidade em um círculo próprio, ela deve ser vista como uma estratégia comunicativa transversal na construção do conhecimento. A partir das interações, nas diversas situações de aprendizagem implementadas, os alunos puderam vivenciar um processo de construção conceitual diferente das aulas tradicionais de matemática. Eles tiveram - ao longo de todo o trabalho - a aportunidade de interagir, de registrar e revisar suas respostas e de aprimorar suas ideias iniciais sobre formas poligonais mediante a análise de formas geométricas variadas.

Em nossa pesquisa vimos que a utilização de diários de campo e fichas avaliativas, de diferentes formas de registro (fotográfico, áudio e vídeo) e dos registros de *software* foi imprescindível para analisar, com qualidade e confiabilidade, todo o desenrolar do processo. Todavia, uma das limitações da implementação foi não ter acentuado mais a reflexão em grupo de quatro alunos. Inclusive, os enunciados das atividades estiveram voltados para respostas individuais. Apesar de termos tido vários momentos onde foram realizadas interações em pequenos grupos e com a turma toda, pensamos que em estudos posteriores a obtenção de registros coletivos pode potencializar mais a interação (VYGOTSKY, 2007) e enriquecer o desenvolvimento conceitual.

Finalizando, esperamos que os resultados dessa pesquisa tragam contribuições para o desenvolvimento de aulas de matemática pautadas no desenvolvimento das potencialidades comunicativas e cognitivas dos estudantes mediante o uso de situações de aprendizagem variadas. Buscamos contribuir com o desenvolvimento do pensamento crítico e comprometido com mudanças nos processos de ensinar e de aprender matemática.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, J. S. **Jogos para o ensino de conceitos**: Leitura e escrita na pré-escola. Campinas: Papirus, 1998.

BEZERRA, H.; MEIRA, L. Zona de Desenvolvimento Proximal: interfaces com processos de intersubjetivação. In L. Meira & A. Spinillo (Eds.), **Psicologia Cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem** (pp. 190-221). Recife: Ed. UFPE, 2006.

GATTEGNO, C. **The science of education**: Part 1: Theoretical considerations. New York: Educational Solutions, 1987.

HERSHKOWITZ, R. et. al. Aspectos Psicológicos de Aprendizagem da Geometria. **Boletim GEPEM**, n. 32. p. 3-31.1994.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo Poliedros:** do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos (1 ed.). Niterói: EdUFF, 1998.

MARANHÃO, C. **Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio**. São Paulo: Musa Editora, 2009.

MONAGHAN, F. What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. **Educational Studies in Mathematics**, 42(2), 179-196, 2000.

MUNIZ, C. A. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. **Matemática. Atividades de Apoio à Aprendizagem (AA3), Caderno de Teoria e Prática (TP3): Matemática nas Formas Geométricas e na Escola.** Brasil: MEC, 2008.

NASSER, L.; SANTANA, N. et al. **Geometria segundo a Teoria de Van Hiele**. 2ª edição. Rio de Janeiro: Projeto Fundão – IM/UFRJ, 1998.

NIETO, R. Z.; BAIRRAL, M. A. Poliedro é um sólido, correto? Um estudo com graduandos interagindo em um chat sobre a definição de poliedro. " **Ciência & Educação** (Bauru), 19(1), p. 73-88, 2013.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Campinas: Papirus, 2006.

SANTOS, R. T. Um estudo sobre a construção do conceito de polígonos por alunos do 6º **ano.** Seropédica, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, RJ, 2011, 90p. **Dissertação**. Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

SILVA, M. S. A Importância da Argumentação na Construção do Conceito de Altura de Triângulo. **Boletim GEPEM**(31), 1993.

SOARES, C. D.; TORICELLI, L.; ANDRADE, J. A. A. Polígonos: uma relação entre Arte e Matemática. In NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M. & GRANDO, R. C. (Eds.), **Experiências com Geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação** (p. 47-66). São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

van HIELE, P.M. **Structure and insight. A theory of Mathematics Education.** Orlando, Fl. Ed. Academic Press, 1986.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. 3ª edição. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, Alexander R.; LEONTIEV, Alexei N. **Liguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** 7ª edição. São Paulo: Ícone, 2001.

ZAZKIZ, R.; LEIKIN, R. Exemplifying definitions: a case of a square. **Educational Studies in Mathematics**, 69(2), 131-148. 2008

RECEBIDO EM: 22 out. 2014
CONCLUIDO EM: 03 mar. 2015